JEAN DHOMBRES

CONTINUITÉS ET DISCONTINUITÉS

ET AUTRES TRAVAUX EN HISTOIRE ET PHILOSOPHIE DES MATHÉMATIQUES

ATELIER DE PROGRAMMATION ÉDITORIALE
ENSSIB
2015–2017

Jean Dhombres

CONTINUITÉS ET DISCONTINUITÉS

et autres travaux en histoire et
philosophie des mathématiques

Édition réalisée par

Arthur Perret

et

Céline Barthélémy
Alexis Burlot
Guilhem Martin Saint Léon

Atelier de
programmation
éditoriale

ENSSIB

Jean Dhombres est mathématicien et historien des mathématiques. Il a enseigné dans les universités de Nantes, Singapour, Waterloo, Ottawa et Wuhan, ainsi qu'à l'École nationale des ponts et chaussées. Il est également docteur honoris causa de l'université de Genève.

Il a dirigé le Centre d'histoire des sciences et des techniques de l'université de Nantes, centre François Viète de 1985 (sa création) à 1995. Directeur d'études en histoire des sciences exactes à l'EHESS depuis 1988 jusqu'à sa retraite et directeur de recherche émérite au CNRS, il est également directeur de collection chez Belin, éditeur de plusieurs revues et a fondé la revue Sciences et Techniques en Perspective.

Il est fait Chevalier de l'ordre national du Mérite en 1978 et lauréat de l'Académie des sciences en 1999.

Note sur l'édition

Les pages suivantes réunissent trois articles de Jean Dhombres sous une forme inédite. De la parabole aux isothermes en passant par les arcs-en-ciel, l'auteur se saisit de plusieurs objets mathématiques et nous livre une épistémologie réflexive, richement documentée et illustrée. Puisant à la fois dans l'histoire et la philosophie des sciences, Jean Dhombres réalise une démonstration souvent originale, où le calcul côtoie la photographie et la peinture, tout en interrogeant les concepts qui travaillent l'épistémologie historique. Il en résulte une lecture qui éveille la curiosité à chaque page et invite le lecteur à explorer lui aussi les chemins du savoir.

Cette édition est en fait une réédition, laquelle s'inscrit dans le cadre de l'Atelier de programmation éditoriale organisé par Éric Guichard à l'ENSSIB [1] en 2016-2017. Mes remerciements vont à Céline Barthélémy, Alexis Burlot et Guilhem Martin Saint Léon pour leur travail sur les articles individuels durant la session 2015-2016.

Iconographie et typographie ont reçu une attention toute particulière dans cette seconde version, toujours réalisée grâce cet outil exceptionnel pour l'édition savante qu'est LaTeX. Loin des clichés sur une édition numérique automatisée et dégradée, cette réalisation s'inscrit dans les pas d'auteurs, éditeurs et concepteurs qui, du Web à l'EPUB en passant par la cartographie, revendiquent la possibilité d'un travail éditorial de qualité, rigoureux et passionné.

Arthur Perret
Juin 2017

1. École nationale supérieure des sciences de l'information et des bibliothèques.

Continuités et discontinuités en histoire et philosophie des sciences mathématisées

La parabole de Galilée dans la révolution scientifique

Jean Dhombres
Centre Koyré, EHESS, Paris

Ce texte inédit a été composé vers 1990
à l'occasion d'un séminaire de l'UPR 21 du CNRS.

1 Les divers sens de la révolution scientifique

Sont bien anciennes les idées pourtant connexes d'un nouveau quand il surgit au sein d'une tradition, ce que l'on résumait autrefois par l'expression de « renouveau », voire de renaissance. Mais je préfère l'appeler « postérité » lorsque se plaçant en histoire des sciences, l'accent est mis sur l'épistémologie, prise au sens d'une histoire critique de l'esprit humain dans ses productions de connaissances scientifiques. La raison de cette préférence est qu'une postérité ne doit pas englober tout le savoir d'une époque, pas plus que le mot « mentalité » ne décrit uniformément les manières d'un temps. Une postérité fait jouer un esprit particulier, et est une sélection active de formes de pensée plus anciennes, généralement attribuées à un auteur, auxquelles une plus grande efficacité est trouvée. Une postérité ne se réduit que très rarement à une réaction ; elle est fondamentalement liée à l'idée d'une recherche, et si elle peut porter sur des matières d'enseignement, il faut que celles-ci soient largement renouvelées. De cette ancienneté de la forme de postérité témoigne la très courte préface que donna Archimède à sa « Quadrature de la parabole », une page que tous les exégètes ont consciencieusement reproduite, regrettant le plus souvent les livres perdus dont il est fait mention. Alors peut-être qu'Archimède, au nom de ce qu'est une postérité, vise à n'en retenir que peu. Cette préface indique sobrement la réussite en apportant du tout nouveau, là où tous avaient échoué, dans la mesure où Archimède a pu mettre en valeur une méthode particulière, exemplifiée par une proposition qui figure chez Euclide (c'est-à-dire un auteur d'au moins deux générations plus tôt). Son nom ne figure pourtant pas, moins parce qu'il était évidemment présent à toutes les lèvres, mais pour le rendre tel, c'est-à-dire en faire un classique, en éliminant les autres selon ce qui est la norme de la postérité.

Il s'exprime ainsi :

> En ce qui concerne le segment compris entre une droite et une parabole, nous savons qu'aucun des géomètres anciens n'en a cherché la quadrature, que nous avons trouvée maintenant [...] en admettant pour la démonstration le lemme que voici [...]. Or les géomètres anciens ont fait appel eux aussi à ce lemme [...]. Il se trouve cependant que tous ces théorèmes cités sont considérés comme non moins vrais que ceux qui ont été démontrés sans ce lemme ; il me suffit d'avoir amené au même degré de certitude ceux que je publie maintenant.
>
> (Archimède, 1971, trad. fr.)

La filiation dont j'ai essayé de rendre compte en omettant volontairement le contenu proprement mathématique d'Archimède, plaçait les « Eléments » en position majeure, et justifiait ce choix par le fait que l'ouvrage d'Euclide n'adoptait pas les « lemmes inadmissibles » comme les appelle Archimède dans cette même préface. Si le Syracusain osait mentionner au final le fait qu'il avait d'abord examiné heuristiquement le nouveau théorème qu'il présentait, c'est-à-dire « par la mécanique », il le prouvait apodictiquement par la « géométrie ». Sans être trop regardant sur la valeur historique du mot, on pourrait donc parler d'une « révolution ». En l'entendant comme un retour sur des choses anciennement éprouvées, pourtant perçues comme insuffisamment rigoureuses, et ainsi renouvelées dans le sens de la rigueur qui fait une école. Voilà la rigueur euclidienne. On pourrait toutefois considérer que cette postérité qu'Archimède établit n'est que le jeu de la tension essentielle à laquelle Thomas Kuhn a consacré tout un livre d'essais (Kuhn, 1977).

Tout autre se présente un épisode, fameux entre tous, avec l'invention du calcul différentiel et intégral. Cette invention, et plus encore son utilisation en mécanique, donc pour ce qui était considéré comme relevant de la physique, a provoqué un bouleversement de la philosophie naturelle, et donné de la causalité une interprétation mathématique, la réduisant à des équations et des fonctions. Ce bouleversement fut l'occasion, dans l'expression historique des avancées scientifiques, d'un tout autre sens dans l'emploi du mot « révolution ». La révolution venait à signifier le surgissement d'une chose ou d'une manière radicalement nouvelle, sans véritable racine donc, ayant la caractéristique supplémentaire que l'inexorablement neuf était non seulement supérieur à l'ancien, mais qu'il l'effaçait, à la façon dont les révolutions d'Angleterre avaient définitivement effacé la royauté absolue.

A tel point, en sciences, que les activités anciennes en paraissaient puériles, au sens propre de relever de l'enfance d'une pensée.

> Tel fut l'état des Mathématiques, et surtout de la Philosophie, jusqu'à M. Descartes. Ce grand homme poussé par son génie et par la supériorité qu'il se sentait, quitta les Anciens pour ne suivre que cette même raison que les Anciens avaient suivie ; et cette heureuse hardiesse, qui fut traitée de révolte, nous valut une infinité de vues nouvelles et utiles sur la Physique et sur la Géométrie. Alors on ouvrit les yeux, et l'on s'avisa de penser. (Préface à de l'Hôpital, 1696)

La révolution scientifique apparut dès lors comme le passage à l'âge adulte, un peu à la façon dont Kant parlera de la nécessaire maturité humaine (Kant, 1783) permettant le *Sapere aude* du *Was ist Aufklärung* de décembre 1783. La ressemblance est seulement apparente. En ce sens que la révolution du Calcul fut, pour ses auteurs même, stratifiée sur le relatif long terme qui fait de l'algèbre – celle de la fin du XVI^{e} siècle et de la première moitié du XVII^{e} siècle, plus tard dite des quantités finies alors qu'il s'agit de polynômes –, le passage obligé vers les « mathématiques sublimes », ou « transcendantes » enfin permises par le calcul. Cette conception, articulée par Fontenelle, bientôt secrétaire perpétuel de l'Académie des sciences, et reprise par d'Alembert dans l'*Encyclopédie* à partir du *Discours préliminaire*, créa *de facto* une sorte de continuité dans la révolution. Elle l'étalait en effet sur un siècle au moins, et surtout elle ne la fermait pas. Sans aller jusqu'à penser la révolution permanente, un historien comme Etienne Montucla – son *Histoire des mathématiques* paraît d'abord en 1758 –, n'envisageait pas Newton ou Leibniz comme le terme final d'une période de progrès. Il voyait bien plus un mouvement quasiment irrésistible, et qui avait pourtant une origine, qu'il situait vers le milieu du XVII^{e} siècle, avec notamment le pourtant théologien John Wallis comme personnage emblématique, plutôt que René Descartes, décidément trop philosophe. Mais surtout ce dernier était associé par Montucla à la période antérieure, qui vit le triomphe de la méthode algébrique. Ainsi, la quatrième partie du livre sixième de l'*Histoire des mathématiques* « rend compte de l'accroissement de la Géométrie, et en particulier de la naissance et des progrès des nouveaux calculs, durant la dernière moitié du dix-septième siècle » (Montucla, an VII, 1799). En philosophie naturelle, le mot « révolution » n'est pas plus prononcé, mais la sublimité de l'œuvre newtonienne, et notamment le fait qu'elle s'appuie sur une « géométrie profonde », est annoncée comme un changement radical. Montucla cherche justement une histoire, qui n'a rien d'un instantané, mais il ne remonte pas trop loin en arrière afin de mieux indiquer que le mouvement n'est pas terminé. La dernière phrase d'un paragraphe sur la beauté de la découverte newtonienne, qui est loin d'être morte, et doit encore servir, permet à Montucla d'enchaîner sur la nature du changement apporté par Newton.

> [...] C'est d'elle enfin que l'on attend avec fondement la résolution du problème le plus difficile de l'Astronomie, savoir le mouvement de la lune, dont les irrégularités ont occupé si long-temps et si infructueusement les astronomes. Toute la théorie des mouvemens curvilignes se réduisoit, avant le temps de Neuton, à ce que Galilée avoit autrefois démontré sur la courbure du chemin des projectiles, dans la supposition d'une force agissant uniformément et dans des directions parallèles, et à ce que Huygens avoit appris sur les forces centrales dans les mouvemens circulaires. Mais Neuton envisagea le problême des mouvemens curvilignes dans une bien plus grande généralité, et guidé par une profonde Géométrie, il assigna les lois suivant lesquelles ils s'exécutent. Une partie de son immortel livre des *Principes de la Philosophie naturelle* est occupée à les exposer, et elles sont la base de toutes les découvertes sur le systême physique de l'univers. (Montucla, an VII, 1799)

C'est effectivement cette continuité vers l'avenir d'un mouvement qu'il fait débuter avec Galilée, que Diderot ne peut pas concevoir pour les sciences mathématiques. Ces sciences du formel lui paraissent avoir épuisé toutes leurs potentialités. Diderot invente ainsi une forme inverse de la discontinuité révolutionnaire, le déclin par achèvement d'un succès. Il ne prétend nullement que s'instaure une science ordinaire, ou science normale dont nous allons bientôt parler, car bien sûr elle ne fait que dire par réaction qu'existe aussi une période révolutionnaire. La révolution à venir dans les sciences, pour le coauteur avec d'Alembert de l'*Encyclopédie*, paraît être celle qui les verra se débarrasser de la tyrannie mathématique, une science « toute métaphysique », comme Diderot a tenu à la décrire. Par la rhétorique au moins, il la rend ainsi proche de la scolastique tant décriée. Il est vrai, pour expliquer ce qui est aussi un mouvement d'humeur, que d'Alembert venait d'avertir Diderot qu'il quittait l'entreprise éditoriale, quoique ayant dûment rédigé tous les articles à caractère mathématique dont il s'était chargé.

> Nous touchons au moment d'une grande révolution dans les sciences. Au penchant que les esprits me paraissent avoir à la morale, aux belles-lettres, à l'histoire de la nature, et à la physique expérimentale, j'oserais presque assurer qu'avant qu'il soit cent ans, on ne comptera pas trois grands géomètres en Europe. Cette science s'arrêtera tout court, où l'auront laissée les Bernoulli, les Euler, les Maupertuis, les Clairaut, les Fontaine, les D'Alembert, et les La Grange. Ils auront posé les colonnes d'Hercule. On n'ira point au delà. Leurs ouvrages subsisteront dans les siècles à venir, comme ces pyramides d'Egypte, dont les masses chargées d'hiéroglyphes éveillent en nous une idée effrayante de la puissance et des ressources des hommes qui les ont élevées [1]. (Diderot, 1754)

Ne pourrait-on, grossièrement bien sûr, résumer la philosophie de l'histoire des sciences de Comte comme étant une extension, certes considérable, du point de vue encyclopédiste sur les étapes révolutionnaires ? Elles deviennent nécessaires au développement de l'esprit humain – les trois âges –, et elles contiendraient aussi bien les limitations que Diderot a données aux seules mathématiques, l'âge positif atteint par chaque science successivement la mettant en posture de « science normale », à la façon dont Thomas Kuhn décrivait au XX^{e} siècle certains fonctionnements pour les opposer aux changements qualifiés de révolutionnaires. La correspondance entre Kuhn et Comte à ce propos est que l'âge positif permet l'âge dogmatique dans une science donnée, autrement dit la continuation d'une manière selon des règles faisant consensus, ce que Kuhn appelle parfois un paradigme [2].

---

1. La mention de Lagrange dans ce texte, un jeune home n'ayant pas vingt ans et vivant à Turin, est impossible sous la plume de Diderot à cette date ; elle a été ajoutée par l'éditeur soucieux de ne pas rendre ridicule le texte de Diderot.

2. Margaret Masterman a dénombré une vingtaine de sens différents chez Thomas Kuhn pour le mot « paradigme » dans *La Structure des révolutions scientifiques* (traduction française de L. Meyer en 1983 de l'ouvrage en anglais de 1970). Je prends ici du mot le sens d'une herméneutique d'apprentissage scientifique, résultant d'un consensus institutionnalisé « par la communauté scienti-

Mais comme le plus souvent avec Comte, la conception générale se complexifie d'une façon particulièrement intéressante lorsque l'on passe à des faits scientifiques précis. Ainsi en est-il de la révolution galiléenne évoquée déjà par d'Alembert et que Comte décrit d'une façon saisissante, et vraiment révolutionnaire au sens d'une histoire des idées. Il distingue une mathématique « concrète » et une mathématique « abstraite ». Ce qui lui permet de ne pas tomber dans l'aporie classique d'un « miracle » des mathématiques venant à s'appliquer au réel, ou de devoir revenir à l'interdit aristotélicien de la possibilité même d'une telle application. Comte ne pose pas en soi plus de complexité ou d'importance dans la partie concrète ou la partie abstraite, mais il signale comme étonnante innovation l'expérimentation mathématisée de Galilée. L'explication ne peut pas être courte, car il s'agit pour Comte dans un même mouvement de dégager des concepts mathématiques (de l'équation à la fonction et à la loi fonctionnelle) en respectant l'ordre expérimental, et sans se laisser guider par un seul exemple, différent en cela de tant d'épistémologues. Comte n'est pas habité par le sens d'un exemple qui serait épistémologiquement répétable, mais par l'historicité d'un exemple fondateur.

> Reprenant le phénomène déjà cité de la chute verticale d'un corps pesant, et considérant le cas le plus simple, on voit que pour parvenir à déterminer l'une par l'autre la hauteur d'où le corps est tombé et la durée de sa chute, il faut commencer par découvrir la relation exacte de ces deux quantités, ou, suivant le langage des géomètres, l'*équation* qui existe entre elles. Avant que cette première recherche soit terminée, toute tentative pour déterminer numériquement la valeur de l'une de ces deux grandeurs par celle de l'autre, serait évidemment prématurée, car elle n'aurait aucune base. Il ne suffit pas de savoir vaguement qu'elles dépendent l'une de l'autre, ce que tout le monde aperçoit sur-le-champ, mais il faut déterminer en quoi consiste cette dépendance ; ce qui peut être fort difficile, et constitue en effet, dans le cas actuel, la partie incomparablement supérieure du problème. Le véritable esprit scientifique est si moderne et encore tellement rare, que personne peut-être avant Galilée n'avait seulement remarqué l'accroissement de vitesse qu'éprouve un corps dans sa chute, ce qui exclut l'hypothèse, vers laquelle notre intelligence, toujours portée involontairement à supposer dans chaque phénomène les *fonctions* les plus simples, sans aucun autre motif que sa plus grande facilité à les concevoir, serait naturellement entraînée, la hauteur proportionnelle au temps. En un mot, ce premier travail aboutit à la découverte de la loi de Galilée. Quand cette partie concrète est terminée, la recherche devient d'une tout autre nature. Sachant que les espaces parcourus par le corps dans chaque seconde successive de sa chute croissent comme la suite des nombres impairs, c'est alors une question purement numérique et abstraite que d'en déduire ou la hauteur d'après le temps, ou le temps par la hauteur, ce

---

fique », et permettant la « science normale ». L'expression « cadre référentiel » vaudrait sans doute mieux, donnant au paradigme son épaisseur historique, et notamment la présence de discussions au moment de l'établissement du paradigme. Une « révolution scientifique » est alors l'établissement d'un nouveau paradigme. Le concept de postérité que je propose n'a pas pour but de contrecarrer l'aspect révolutionnaire de quelques périodes de l'histoire des sciences, mais de donner bien plus de vivacité aux périodes dites de « science normale », sans pour autant les scander d'incessantes révolutions. Voir Jean Dhombres, « Une histoire de l'objectivité scientifique et le concept de postérité », in R. Guesnerie, F. Hartog (éd.) ; « Des Sciences et des techniques, un débat », *Cahiers des Annales*, t. 45, 1998, pp. 127-148.

> qui consistera à trouver que, d'après la loi établie, la première de ces deux quantités est un multiple connu de la seconde puissance de l'autre, d'où l'on devra finalement conclure la valeur de l'une quand celle de l'autre sera donnée.
>
> Dans cet exemple, la question concrète est plus difficile que la question abstraite. Ce serait l'inverse, si l'on considérait le même phénomène dans sa plus grande généralité, tel que je l'ai envisagé plus haut [...]. Suivant les cas, ce sera tantôt la première, tantôt la seconde de ces deux parties qui constituera la principale difficulté de la question totale ; la loi mathématique du phénomène pouvant être très simple, mais difficile à obtenir, et, dans d'autres occasions, facile à découvrir, mais fort compliquée : en sorte que les deux grandes sections de la science mathématique, quand on les compare en masse, doivent être regardées comme exactement équivalentes en étendue et en difficulté, aussi bien qu'en importance, ainsi que nous le constaterons plus tard en considérant chacune d'elles séparément.
>
> Ces deux parties, essentiellement distinctes, d'après l'explication précédente, par l'objet que l'esprit s'y propose, ne le sont pas moins par la nature des recherches dont elles se composent. (Comte, 1830)

On ne peut ranger cette explication comtienne, ni dans le cadre de la science révolutionnée par le travail de Copernic, ni dans celui de la « science normale » à la Kuhn, qui aurait comme paradigme la loi de la chute des graves de Galilée, cet auteur que Comte a fortement contribué à placer comme figure emblématique de l'abandon de la métaphysique. La loi de la chute, aussi importante qu'elle soit historiquement pour Comte, ne révèle qu'un exemple de la polarité établie entre mathématiques et physique ; elle n'est que la manifestation d'un phénomène épistémologique bien plus général, avec la distinction de deux sources de la création mathématique, l'abstrait et le concret, et la conséquence de voir la possibilité de l'expérimentation dans le seul cas où elle peut être mathématisée. Si l'on voulait toutefois lire en utilisant le mot « paradigme », il faudrait alors penser en termes de philosophie de la connaissance pour laquelle la parabole de Galilée devient un symbole de la pensée héliocentrique. Sa généralité est telle qu'il a pu servir chez Kant, qui parle de « révolution copernicienne » pour signifier son réveil du dogmatisme sous l'effet de la lecture de Hume. Le mot « révolution » atteint ainsi le sens d'une soudaineté qu'elle a du mal à acquérir dans le monde proprement scientifique. Chez Comte, et bien des historiens actualisent cette façon de voir, si Galilée symbolise le changement, il le construit au cours de toute une vie, qui ne voit la publication des deux œuvres majeures qu'à la toute fin, et en les délivrant de toutes les voies qui avaient pu servir.

Quoique fondamentalement positiviste dans l'exercice de la science et de la réflexion sur les sciences, Pierre Duhem détruit le révolutionnarisme pourtant limité, mais philosophiquement contraignant de Comte, en insistant sur la continuité du très long terme. On constate qu'il ne concerne qu'un aspect assez particulier de la connaissance scientifique, puisque seule joue l'intervention des mathématiques comme sciences formelles en physique, entendue quant à elle comme science du réel. La continuité dans l'esprit scientifique tiendrait au maintien à grande distance du réalisme au sens platonicien, comme à celui d'un relativisme fondamental au nom même des progrès de la science et de ses changements. On pourrait dire, *cum* *grano salis*, que Duhem en tant que philosophe ne parvient pas à se remettre tant de l'impressionnante construction de la physique d'Aristote que de son démantèlement. Il vise donc à empêcher, en ce qui concerne le réel, toute idée d'une connaissance parfaite. Il saluera l'intérêt primordial d'un à-peu-près, jouant assez médiocrement du relativisme comtien. L'ennemi intellectuel par excellence de Pierre Duhem serait plutôt son contemporain mathématicien, David Hilbert, qui comme sixième problème devant occuper tous les savants du siècle à venir, à savoir le XX^e siècle, posait la question de l'axiomatisation totale de la physique.

> Traiter de la même manière au moyen d'axiomes celles des sciences physiques pour lesquelles les mathématiques jouent un rôle important, aux premiers rangs desquelles figurent la mécanique et les probabilités [3]. (Hilbert, 1900)

Aussi bien, Galilée est-il attaqué par Duhem comme étant un révolutionnaire en ce sens précis de la mathématisation qu'il assume. Est-ce alors parce que le physicien de Florence et des Médicis voudrait imposer la réduction du réel qu'est la chute parabolique des corps à une seule théorie mathématique, parce que par ricochet elle permettrait le mouvement de la Terre, en ôtant tout absurde ? Non ! Duhem s'insurge contre le côté imparable d'une démonstration par l'absurde, imparable en mathématiques, mais certainement pas en physique, où l'on ne doit pas travailler en *A* et *non A*.

> Galilée a, de la valeur de la méthode expérimentale et de l'art d'en user, a peu près l'opinion que va formuler Francis Bacon ; il conçoit la preuve d'une hypothèse à l'imitation de la démonstration par l'absurde usitée en géométrie ; l'expérience, en convainquant d'erreur un système confère la certitude au système opposé. (Duhem, 1908)

S'il ne m'importe pas de discuter tout de suite cette opinion, car c'est de l'idée de continuité et de révolution que je veux traiter, je me dois de la déclarer épistémologiquement malhonnête. Mais sur l'idée de révolution même, Duhem pense que Galilée en se défaisant brutalement de la physique péripatéticienne, cache la lignée continue qui le rend héritier des mécaniciens du monde médiéval.

> Les physiciens du XVIe siècle furent célébrés comme des créateurs auxquels le monde devait la renaissance des sciences ; ils n'étaient, bien souvent, que des continuateurs et, quelquefois, des plagiaires. (Duhem, 1955)

Il est passionnant, si l'on aime les sophismes et ils sont nombreux en histoire des sciences, de voir le si soigneux Duhem se transformer en « historien critique ». En ce qu'il veut trouver les conditions de possibilité de la science moderne dans une excommunication prononcée par l'évêque de Paris, Etienne Tempier, le 7 mars 1277... et la pensée scientifique serait libérée. Remarquons que la révolution est ainsi repoussée quelques siècles plus tôt, en s'élaborant dans l'ordre institutionnel et non dans la pratique expérimentale ou l'imaginaire savant. En tout cas, la mathématisation, ou plutôt les deux mathématisations qui font le sel de la pensée de Comte, paraissent être un facteur particulièrement négligeable.

---

3. Voir *Mathematical Developments arising form Hilbert problems*, Proc. Symposia in Pure mathematics, XVIII, 2 volumes, Providence, 1976.

Alexandre Koyré reprend autrement que Comte la thèse révolutionnaire, mais c'est pour en faire une rupture spirituelle, la *Weltanschauung* étant radicalement changée au nom d'un accès à la vérité de la nouvelle *Weltbild* : la science n'est pourtant qu'un phénomène intellectuel parmi bien d'autres, et la transformation provient d'une infinitisation du monde réel, et d'une géométrisation largement anti-aristotélicienne de la philosophie naturelle. De sorte que Koyré parle de « coupure effectuée par Copernic »[4], une coupure historique marquant la fin d'un monde et la naissance d'un nouveau. Le présupposé de cette conception, plus accentué chez des suiveurs d'ailleurs que chez Koyré lui-même, tient à la difficulté de penser que, par elle-même, la science d'une époque puisse bouleverser les conceptions philosophiques ou même les *Weltanschauungen* héritées des époques précédentes. De sorte que Koyré n'échappe pas à la fabrique de postérité, qui donne une forme nettement moins fruste de la continuité. S'il n'y a aucun étonnement intellectuel que ce soit celle d'Archimède, on peut alors se poser la question de la localisation de cette postérité, soit dans les travaux proprement mathématiques d'Archimède, soit dans sa conception mathématique du fonctionnement du monde.

> [...] la physique classique sortie de la pensée de Bruno, de Galilée, de Descartes ne continue pas, en fait, la physique médiévale des « précurseurs parisiens de Galilée » : elle se place d'emblée sur un plan différent, sur un plan que nous aimerions qualifier d'archimédien. En effet, le précurseur et le maître de la physique classique, ce n'est pas Buridan ou Nicole Oresme, mais Archimède.
>
> (Koyré, 1966)

Si l'on comprend qu'un critique averti et prudent comme Ernest Coumet, puisse parler de « révolution introuvable » (Coumet, 1987) chez Koyré, il n'empêche que l'allusion à Archimède et notamment aux façons heuristiques infinitésimales dont il s'était servi et par lesquelles nous avons commencé, augure bien de la place que le calcul différentiel et intégral a pu jouer dans la révolution scientifique. Il rend aussi compte de l'opposition de la postérité archimédienne à celle d'Aristote.

Un frontispice d'un ouvrage de 1670 (voir figure 1), la première traduction en allemand d'Archimède, montre comme dans une sorte de scène de théâtre autour de laquelle sont portés en guirlandes les résultats mathématiques du savant de Syracuse, une discussion toute théorique sur la possibilité d'un mouvement d'une aussi grande charge qu'un bateau avec une force minime. Sont ainsi représentés Archimède et Aristote argumentant, et ce sont deux conceptions de la mécanique qui s'affrontent, celle d'Archimède reprise par Galilée triomphant lorsque Jean-Christophe Sturm publie ce livre en allemand, en 1670. De fait, étonnamment dans le frontispice et en avant scène, au-dessus de la boule, il y a une représentation copernicienne du système du monde, la Terre tournant autour du Soleil et la Lune autour de la Terre. De sorte que le dessinateur suggère que déjà l'esprit d'Archimède était tel, ou sa conception générale, qu'elle le rendait *ipso facto* favo-

4. Préface donnée à la traduction du *De revolutionibus orbium coelestium*, Paris, Alcan, 1934.

rable à l'héliocentrisme. Ce dernier aspect est un bel exemple de postérité au sens que j'ai défini au tout début de mon étude, alors que l'on peine à voir une postérité archimédienne dans la fondation du calcul différentiel.

En dépit de ses livres sur la chute des graves, la coupure historique de Koyré n'est pas de même nature, ni de la même force que celle que Bachelard assignera comme « obstacle épistémologique ». L'idée d'un obstacle à franchir par l'esprit humain, si elle doit à Comte, notamment en ce qu'il se voulait éducateur de toute la société contemporaine pour la conduire vers les voies du progrès, installe néanmoins une discontinuité quasi permanente, qui paradoxalement la rend en quelque sorte continue. On ne peut qu'admirer la concision du vocabulaire bachelardien, et l'adhésion qu'elle suscite, mais aussi l'inacceptable dogmatisme sur ce qui fait la science.

> Le réel n'est jamais « ce qu'on pourrait croire », mais il est toujours ce qu'on aurait dû penser. La pensée empirique est claire, après coup, quand l'appareil des raisons a été mis au point. En revenant sur un passé d'erreurs, on trouve la vérité en un véritable repentir intellectuel. En fait, on connaît contre une connaissance antérieure, en détruisant des connaissances mal faites, en surmontant ce qui, dans l'esprit même, fait obstacle à la spiritualisation. (Bachelard, 1938)

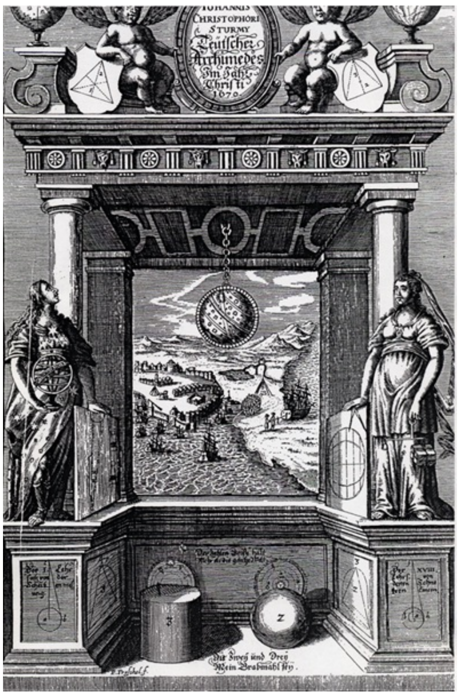

FIGURE 1 – Le frontispice de l'Archimède allemand de Jean-Christophe Sturm en 1670. On est frappé par l'opposition entre les résultats théoriques d'Archimède présentés sur le devant de cette sorte d'autel, et le fond ouvert dans une sorte de fenêtre sur le réel. Mais dans ce paysage, près d'un bâteau, Archimède et Aristote sont représentés en vive discussion sur les principes de mécanique.

Si Bachelard réfléchit à sa façon sur la continuité au sein de la pensée comme opérant toujours une correction, s'il réévalue aussi la démarche scientifique comme une lutte, on ne peut pas ne pas percevoir l'aporie qui ne lui fait n'attribuer le mot « science » qu'à ce que Comte appellerait l'état positif d'une science.

> [...] Le rationalisme est une philosophie qui n'a pas de commencement; le rationalisme est de l'ordre du recommencement. Quand on le définit dans une de ses opérations, il a déjà depuis longtemps recommencé. Il est la conscience d'une science rectifiée, d'une science qui porte la marque de l'action humaine, de l'action réfléchie, industrieuse, normalisante. (Bachelard, 1949)

A ce titre, Bachelard reprendrait volontiers l'image devenue classique d'un Galilée « révolutionnaire » parce que s'attaquant à rectifier ce qu'on appelle alors vainement la physique d'Aristote et qui serait *ipso facto* une pensée non scientifique. Tel est au contraire le dilemme d'une philosophie des sciences qui attribue le même mot, « sciences », à des façons de faire bien différentes, Avec ses différents âges, Comte évite avec astuce profonde la difficulté et de toutes façons parle des sciences, et non de la science. On voit alors ce que comporte de préjugé épistémologique la conception d'une histoire devant traiter les époques en mettant à égalité les théories *a priori* dites scientifiques, vraies ou fausses. L'erreur est celle même que Duhem récusait comme raisonnement par l'absurde, et qu'il attribuait à Galilée. Est particulièrement utile, à ce propos, l'argument dit de Duhem-Quine, qui explique combien une théorie est un ensemble structuré, dont la négation d'un élément et d'une conséquence déduite, ne remet en cause que logiquement, et surtout n'indique pas une solution de repli, ou d'extension dans ladite théorie. Cet argument pousse naturellement dans le sens de la continuité de la vie scientifique, en récusant la possibilité d'expériences cruciales permettant une bifurcation, qui pourrait être une révolution.

Une façon d'échapper à cet argument qui dépend du caractère formel et largement mathématique des théories scientifiques, est de suggérer que peuvent exister, notamment pendant la révolution scientifique, deux modes distincts de faire de la science. L'un serait celui des cinq ou six sciences dites classiques, pour lesquelles la mathématique est essentielle, et ce mode est dès lors soumis aux seules révolutions dont cette science particulière elle-même est susceptible. L'autre mode, pensé révolutionnaire et fort long à s'établir, serait sinon la science empirique, du moins la science baconienne, basée sur l'organisation de l'expérimentation, sur les instruments et sur la mesure, et en défiance de théories. Thomas Kuhn, qui propose cette division en 1975, plus de dix ans après son livre sur la structure des révolutions scientifiques, sans doute parce que Bacon lui-même avait peu d'intérêt pour les mathématiques, se voit contraint de ne pas penser une science baconienne pour la physique mathématique, ou disons pour la dynamique (Kuhn, 1975).

C'est précisément, après avoir fait un tour d'horizon rapide de quelques opinions générales opposant continuité et discontinuité en histoire et philosophie des sciences, que je peux prendre concrètement l'exemple majeur de la dynamique galiléenne, qu'a été la parabole de la chute des corps à la surface de la Terre [5]. Il serait peu utile de jouer à la critique systématique, en établissant sur cet exemple tellement documenté, tout ce qui peut infirmer les différents points de vue examinés. Puisque l'on a vu que ces points de vue, en prenant l'histoire de tellement haut, sont quasiment infalsifiables. Une démarche autre est possible, qui cherche à partir d'images de la parabole utilisée pour la loi de la chute des corps, à faire voir les changements, et ce à quoi ils conduisent. C'est donc une phénoménologie que je tente portant sur des images scientifiques, et du coup il ne me faut pas oublier la possibilité d'une image du réel aussi bien.

2 Des images de paraboles qui font révolution

FIGURE 2 – Jets d'eau mexicains sur la place Amoxcalli à l'*Università nacional autonoma de Mexico*, le 8 septembre 2008.

La réalité de la photographie reproduite en figure 2 tient à la continuité de la forme courbe, malgré précisément des trous qui ne sont que des discontinuités de matière, et à l'impression concomitante de similitude que procure la vision des deux courbes pourtant non superposables ; le regard, ce mélange d'action de l'œil et de sensation triée par le cerveau, perçoit à la sortie du tube une horizontale qui se courbe de la même façon, sans pour autant devenir verticale. Au lieu de suivre la courbe, le regard estime la hauteur qui sépare un point visé de la courbe du sommet de celle-ci, puis reprend la courbe en un point, la touche et remonte le long de la direction droite qu'elle semble indiquer, puis suit ce que devient cette direction lorsqu'elle rencontre la verticale de ce sommet. Une égalité est perçue. D'autant

5. Je n'ai pas voulu reprendre ici d'autres épistémologues, comme Herbert Butterfield ou même Edwin Burtt dans *The Metaphysical Foundation of Modern Science* (1924) dans la mesure où leurs exposés sur la révolution scientifique accordaient d'emblée une part importante aux mathématiques permettant un changement radical métaphysique (voir les textes de David C. Lindberg et Robert S. Westman dans cet ouvrage kaléidoscopique, Reappraisals of the Scientific Revolution, Cambridge University Press, 1990, qui en un sens a suscité le présent article). Mais l'exemple fondamental de la parabole que je vais exploiter est d'abord phénoménal, et la métaphysique y est bien peu présente.

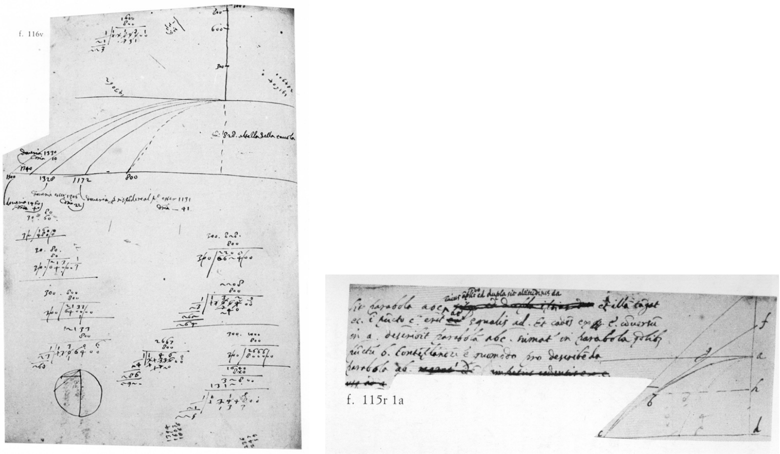

FIGURE 3 – Paraboles tirées d'un manuscrit de Galilée, daté vers 1608, et l'on voit la propriété du milieu sur l'image de droite, tandis que l'image de gauche donne des valeurs numériques, notamment ce que nous appelons la vitesse initiale horizontale, indiquée verticalement par celle qu'aurait eue un mobile lancée verticalement (Manuscrit du volume 72 de la Bibliothèque de Florence, 72, f° 116v et 115r1a).

plus frappante que je peux faire varier à mon gré le point choisi sur la courbe, c'est-à-dire étendre largement dans le temps et l'espace, bref expérimenter. Autrement vu, je constate un milieu : le sommet de la parabole m'est perçu comme le milieu entre la trace sur la verticale de visée horizontale d'un point de la courbe du jet d'eau et la trace sur la même verticale de visée oblique en touchant la courbe du regard. J'ai *hic et nunc* la certitude d'avoir perçu, visuellement et intellectuellement, une loi de la nature. Telle est « la » parabole dont Comte parlait dans le *Cours de philosophie positive*.

Cette parabole se voit effectivement dans quelques dessins de Galilée, qui datent du début du XVIIe siècle. On y reconnaît la propriété du milieu. Mais les paraboles tracées sont obtenues expérimentalement : elles reproduisent les traces sur une feuille verticale de petites boules pesantes encrées, lancées horizontalement qui viennent ainsi s'écrire sur le papier [6]. Peut-on dire brutalement, à la façon de Bachelard, que la parabole – car toutes les courbes sont des paraboles –, donne la loi de la chute des corps, à la façon dont les jets d'eau nous l'ont aussi bien racontée. Oui, mais à condition d'oublier tout le travail qui fut celui de toute la vie de Galilée pour aller de la reconnaissance parabolique constatable par le manuscrit de 1608 visualisé ci-dessous, à la fonction donnant la hauteur de chute en fonction du temps dont parlait Comte [7]. Galilée (voir figure 3) porte à l'horizontale les vi-

6. Ces expériences de Galilée, longtemps niées dans l'historiographie, et particulièrement négligées chez Thomas Kuhn, ont fait l'objet de recherches précises depuis plusieurs décades.

7. J'ai choisi de prendre le découpage des images qu'a réalisé avec talent Stillman Drake, (Drake, 1979).

Figure 4 – Artemisia Gentileschi, *Judith égorgeant Holopherne*, huile sur toile (et détail), 1,99x1,62, vers 1620, Musée des Offices de Florence.

tesses verticales obtenues par des corps en chute libre depuis diverses origines : c'est ce qui fait l'écartement différent des paraboles. L'expression phénoménale du jet d'eau faite précédemment ne peut être dissociée, sinon de ces feuilles manuscrites, du moins de l'expérience calculatoire que l'on fait dans l'apprentissage scientifique dont Auguste Comte parlait aussi.

L'image suivante est due au pinceau d'une femme peintre, Artemisia Gentileschi, dans les années 1620. C'est d'ailleurs l'un de ses tableaux les plus connus, Judith égorgeant Holopherne, qui est conservé aux *Uffizi* de Florence (voir figure 4). Il exhibe sur le côté de la lame vers la droite, l'expérience particulière et sensationnelle de paraboles de sang, plusieurs, presque à la façon dont on présente une expérience de physique. Certes, n'est pas exactement respectée la propriété du milieu de la parabole comme nous ne l'avons pas encore montrée caractéristique, mais la régularité de la courbe est donnée à voir. Certes, sur la gauche, l'une des paraboles a l'air inacceptable d'un manche de parapluie, et le pli du drap sur lequel repose le misérable Holopherne vient casser la vision d'une forme.

L'horreur du tableau – il paraît que la grande duchesse de Florence qui le possédait dans son palais le cachait à la vue de tous –, n'est donc pas dans la douceur assumée des paraboles. Un critique d'art a qualifié ces courbes – ces jets de sang –, comme étant plus réalistes que d'ordinaire : ne faut-il pas aller jusqu'au bout de cette affirmation. Il s'agit du réalisme mathématique. Car ces courbes s'expliquent. On a trace d'une correspondance avec Galilée en 1635, et il est difficile de ne pas imaginer que, dès 1620, le peintre connaissait les secrets du savant de Florence.

Figure 5 – Artemisia Gentileschi, *Judith égorgeant Holopherne*, huile sur toile, 1,59x1,26, vers 1616, Museo di Capodimonte, Naples

D'autant qu'en 1612 (voir figure 5), elle avait produit une même scène, inspirée du Caravage, mais sans les paraboles de sang.

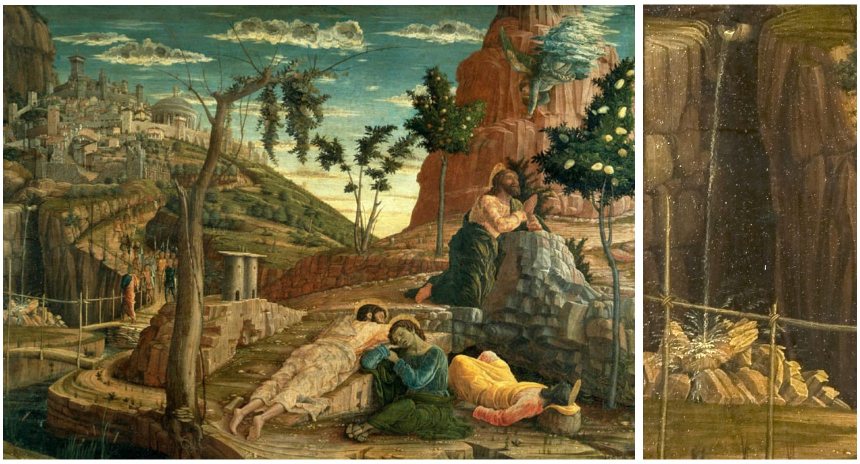

Figure 6 – Andrea Mantegna, *Le Christ au Jardin des Oliviers* (et détail), bois transposé sur toile collée sur bois, panneau de gauche du prédelle du retable du couvent de San Zeno de Vérone, vers 1456-1460, Musée des Beaux-Arts de Tours.

Il n'est pas facile de trouver des exemples de jets d'eau dans la peinture avant le XVII^e siècle, où l'on ait l'impression, même fugitive, que le peintre a représenté la forme incurvée de la parabole. Je crois utile de montrer un détail dans un tableau de Mantegna (voir figure 6), daté de 1460 environ, et l'on pourra voir une sorte de parabole dans l'éclaboussure au pied de la cascade.

Si la pratique artistique ne montre aucune préférence courbe pour la représentation des jets d'eau, ce n'est pas qu'il n'y ait pas eu de réflexion à ce sujet. Voilà en tout cas la façon dont vers 1582 Bernardino Baldi schématisait une trajectoire (voir figure 7), et la même explication prévalait encore dans un traité d'artillerie de 1628 (voir figure 9, p. 16), et dans bien d'autres œuvres, qu'elles soient des œuvres pour l'artillerie, ou pour la mécanique théorique.

> Deux de ces mouvements, le mouvement naturel et le mouvement violent, sont rectilignes ; le troisième mouvement, mélange de ces deux-là, est curviligne. En effet, que l'on projette violemment un corps grave *A* ; tandis que la violence est prédominante, ce corps se meut en ligne droite vers *B*; lorsque la violence se met à faiblir peu à peu, on voit le mobile se porter en *C* par une ligne courbe mixte ; c'est à la violence, en effet, qu'il doit son transport en avant ; à la nature, son mouvement vers le bas ; une fois qu'il est parvenu en *C*, la violence ayant pris fin tandis que la nature demeure, le corps tombe verticalement suivant *CD*[8].

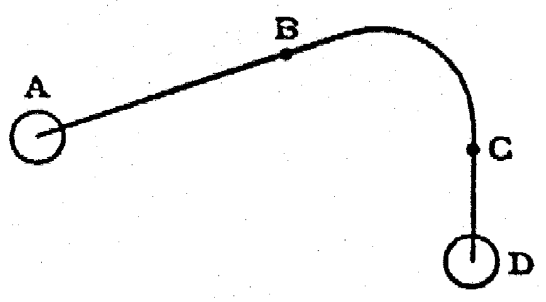

FIGURE 7 – Figure de Bernardino Baldi en 1582, pour décrire le mouvement d'un projectile dans un commentaire aux « Questions mécaniques » attribuées à Aristote. On aura remarqué l'étonnante (pour nous) désignation de la partie *BC* de la courbe comme « courbe mixte ».

Bien sûr, on peut lire dans l'explication de Baldi les séquelles de l'*impetus* tel que travaillé depuis le XIV^{e} siècle par Jean Buridan (*Acutissimi philosophi*...) et concernant le phénomène du jet, auquel un « élan » est donné, qui s'épuise, donnant l'indécision circulaire, puis le mouvement vertical de chute libre. L'*impetus* a l'intérêt de réduire la considération sur le phénomène de l'air comprimé à l'avant du mobile ou déprimé à l'arrière.

L'arbitraire dans ces explications qui n'en utilisent pas moins de mathématiques, est dans le départ de la ligne circulaire et son remplacement par une droite.

8. Voir Pierre Duhem qui a cité ce texte dans son ouvrage sur *l'Histoire de la statique* en 1909, pp. 116-117 ; l'original (en latin) est dans Bernardino Baldi, *In mechanica Aristotelis problemata exercitationes*, 1582, p. 4.

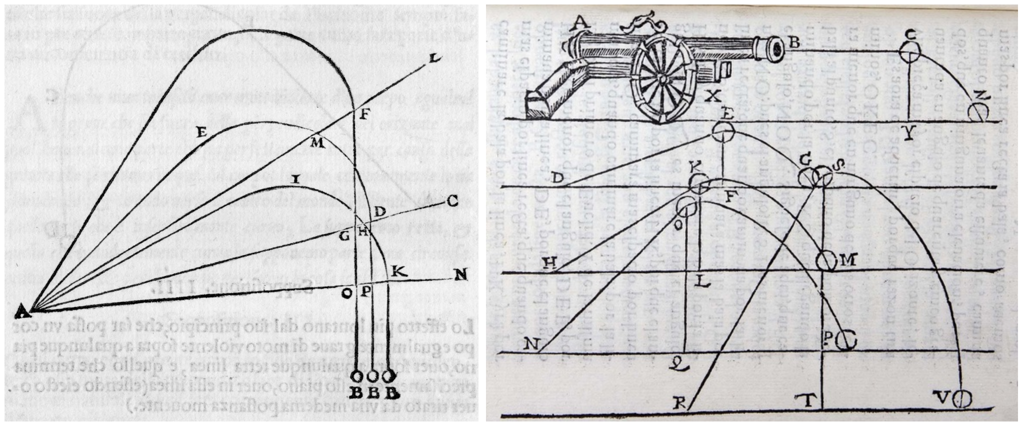

FIGURE 8 – (A) Dessin de Tartaglia, *La Nova Scientia*, ouvrage de 1558, d'après les *Opera* de 1606 (livre 1, p. 20) ; (B) dessins de Andres de Cespedes dans le *Libro de instrumentos nuevos de geometria*, 1606.

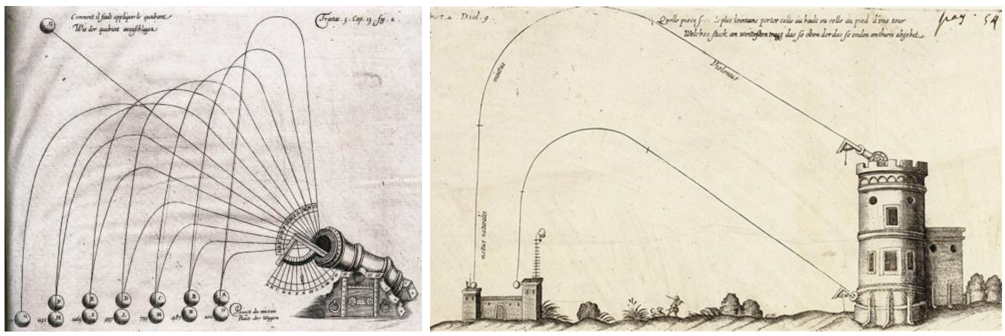

FIGURE 9 – Deux dessins de Diego Ufano, dans *Artillerie, ou vraye instruction de l'artillerie et de ses appartenances*, 1628 (planche ? et planche 7a).

On peut, après coup, dire que l'on a vu la loi grâce à la photographie, par les trous dans le jet, lesquels contre toute attente ne modifient pas la forme du jet (voir figure 2, p. 11). Pourtant avant l'ère de la photographie, une imagination de la loi pouvait être fournie par une expérience dont la figuration intervient dans une dessin paru en 1624, avec le théorème 15 des *Theoremata mathematicæ scientiæ staticæ* (voir figure 10, p. 17). Une masse est représentée, prise dans une cascade d'eau, et suivant la même trajectoire courbe, et donc parabolique, que l'eau. On doit induire de ce dessin que le paramètre de la parabole de chute ne dépend que de la situation au point *A* de la cascade, et de ce que l'on a appelé l'*impetus*, déjà *vu* dans les dessins ci-dessus, que Galilée parvient à exprimer comme vitesse initiale. Une théorie physique doit donc être en place, interprétant le phénomène que le *putto* désigne, muni toutefois d'un compas qui sert à dire que la courbe appartient au règne mathématique, et est décrite avec exactitude. Mais il ne m'est pas indifférent d'ajouter que si la différence entre matière et forme est le véritable début de la

FIGURE 10 – Vignette du théorème 15 de « Théorèmes mathématiques de la science statique », thèses soutenues en 1624 au collège des jésuites de Louvain.

métaphysique, comme Jacques Derrida l'affirme lorsqu'il veut trouver les racines métaphysiques de la phénoménologie husserlienne (Derrida, 1967), en ce cas la manière phénoménale du jet d'eau ou de la cascade, qui attribue une forme à la matière qui tombe, sort effectivement de la métaphysique.

La parabole est mathématiquement reconnue, mais pour autant il n'y a pas preuve que cette courbe représente nécessairement le mouvement. Or Galilée appartient à la race universitaire, à qui il faut à la fois des démonstrations et des liaisons intellectuelles avec des pensées antérieures, quitte à s'en débarrasser. Il manque en particulier aux figures de Galilée du manuscrit de 1608 la constitution d'un mouvement inéluctable, parce que l'on n'a pas compris et guère mieux dans le dessin et l'explication des thèses de 1624, la dépendance à ce qui se passe au début de la chute de l'eau. Autrement dit, la parabole est bien une courbe visuellement, mais son parcours qui fait le mouvement n'est pas explicité. Il l'est mieux dans un dessin plus tardif, en 1640, et dans un cours de mathématiques proposé par Jan Ciermans, l'auteur officiel de la thèse de 1624 (voir figure 11).

L'intérêt de cet autre dessin est de montrer une parabole, avec sa symétrie : d'une part la tangente au départ de la boule, manifestée par le petit segment du tube, prolongé vers le bas par le bâton du *putto*. D'autre part le tube oblique qui reçoit le jet d'eau. On ne peut alors s'empêcher de voir la réciproque : un jet d'eau qui partirait de la gauche, avec l'intensité réciproque de celle avec laquelle il tombe, reviendrait alors dans le segment qui prolonge le globe.

Figure 11 – Vignette illustrant la deuxième semaine de février dans « Les Disciplines mathématiques » de Jan Ciermans en 1640 (gravure de Jacques Neefs sur un dessin de Philip Fruytiers).

L'eau permet l'expression de la symétrie que la balistique donne moins naturellement à voir : la découverte de la symétrie semble avoir coûté à Galilée. Au point qu'il en ait fait une sorte de signe de reconnaissance puisqu'il va jusqu'à graver la symétrie, marquée par les deux tangentes, sur le tube d'un télescope en 1629 (voir figure 12).

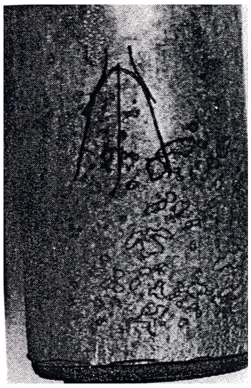

Figure 12 – Schéma gravé sur un télescope ayant appartenu à Galilée, représentant la symétrie de la parabole par rapport à son axe.

Cette symétrie a tant intéressé Ciermans, qu'il en a oublié de respecter une notion physique : si parabole il y a pour la courbe du jet d'eau, il faut au moins que le plan de la trajectoire soit vertical. Il ne l'est pas dans le dessin (voir figure 11), l'axe de symétrie de la parabole paraissant incliné.

Si je sais par science reconnaître la parabole, ce n'est pas parce que j'ai lu Comte. Mais parce que cette propriété d'égalité de deux niveaux d'altitude par rapport au sommet caractérise la courbe parabole. J'ai fait jadis le calcul, comme tant d'autres étudiants, et maintenant je peux montrer l'image par laquelle, pour la première fois, la parabole a été caractérisée par ladite propriété. Ce fut écrit au printemps

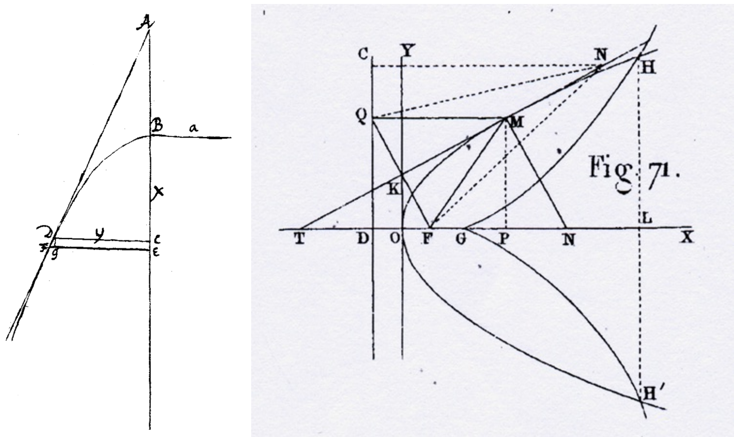

FIGURE 13 – En premier à gauche, le calcul de Jean Bernoulli selon un manuscrit qui peut remonter à 1692. La longueur *a* qui est représentée par un segment, donne le paramètre de la parabole, et elle est placée sur la droite de la figure, conformément à l'origine étymologique grecque du paramètre, le *latus rectum*, ou côté droit ($o\rho\theta\iota\alpha$) ; à droite une figure (figure n°71) du *Traité élémentaire de géométrie analytique* de Comte en 1843, donnant la propriété du milieu de la parabole (le point 0 est au milieu de TP) et la déduisant de la construction de la parabole à partir du foyer et de la directrice.

1692 par Jean Bernoulli, alors à Paris, et donnant des cours de calcul différentiel et intégral, sans doute devant Malebranche et quelques autres Oratoriens, tous des philosophes prodigieusement intéressés par cette nouveauté, qu'ils se gardaient bien de trouver évidente, à la façon bien trop assurée de Bachelard. Ils la savaient venir, d'une façon ou d'une autre, de Leibniz. Je m'imagine assez le jeune Bernoulli, sûr de lui, devant ces hommes chevronnés auprès desquels il ne fut introduit que par le renom de son frère Jacob, resté à Bâle et qui avait aussi été son instituteur. Ne voulut-il pas se débarrasser de cette tutelle de l'enfance ? Il y avait présent aussi le Marquis de l'Hôpital, un aristocrate de grande famille, et qui n'était guère plus âgé que le Bâlois, et avec lequel une relation assez complexe allait se nouer. Johann, car c'est ainsi qu'on l'appelait à Bâle, avait soigneusement préparé ses conférences, les écrivant même sur le papier. Il est arrivé à un point délicat de calcul intégral, celui justement qui doit établir que la propriété du milieu, vue sur le jet d'eau, détermine non par une parabole, mais bien la parabole. Ainsi est acquise la similitude de toutes les courbes ayant la dite propriété. Une note, algébrique cette fois, et non géométrique, dit cette similitude : c'est la présence du paramètre de la parabole.

Sur la figure que Johann a dessinée (voir figure 13, p. 19), on lit sans la symétrie droite/gauche qui manque aussi dans l'image de Mexico (voir figure 2, p. 11), que le jet d'eau suit la courbe $B\partial$, et l'égalité des « hauteurs », $AB = BC$. *Quod erat ostendum* ! Pour le *quod erat demonstrandum*, il faut faire usage de dx et de dy, ce que Bernoulli avait appris à ses hôtes quelques jours ou semaines plus tôt. Je le fais à mon tour devant vous, à la façon même de Bernoulli, et non à la façon des classes d'aujourd'hui. Car de nos jours l'on applique à juste titre une règle d'intégration des équations différentielles linéaires, un calcul la domestique, et on aboutit à un logarithme, qui disparaît ensuite. Le logarithme, introduit depuis moins d'un siècle alors, aurait fait désordre en cet exemple de Bernoulli qui voulait convaincre ses auditeurs. Car le logarithme aurait fait jouer quelque chose jugé comme compliqué pour quelque chose jugé plus simple, la parabole. L'expression même d'équation différentielle n'existait pas alors. Johann n'en savait pas moins, depuis quelques mois, par des problèmes antérieurement traités avec son frère Jacob sur la courbe dite chaînette, que ces équations devaient bouleverser toute la physique en lui imposant la langue mathématique nouvelle des différentielles. Personne ne peut la reconnaître. Elle est neuve, ne participe d'aucune évidence, quoique son maniement puisse devenir une seconde nature. Si évidence il y avait, on pourrait se demander pourquoi il faut toujours au moins une année universitaire pour l'apprentissage du calcul différentiel. Je ne crois pas même qu'il y ait là un obstacle épistémologique à vaincre. N'est-ce pas de ce moment que date vraiment la rupture en philosophie naturelle, liée à la nécessité de bien connaître un calcul abstrait, avant même d'envisager de faire de la physique ? Si, avec Pierre Bourdieu, nous pouvons parler de « droit d'entrée », ne faut-il pas plutôt le comparer avec cet autre droit d'entrée, voulu par la philosophie scolastique issue d'Aristote, celle d'utiliser un vocabulaire abstrait et un raisonnement *a priori* (les entéléchies, les *impetus*, les appétances au repos) pour aussi bien faire de la physique !

Abordons donc Jean Bernoulli, qui énonce la difficulté rencontrée, laquelle fut peut-être la sienne quelque temps plus tôt.

> *Ideoque Problema resolvi debet per hunc alterum modum* [9].

Il convient de mettre la question en équation, c'est-à-dire de poser comme Comte le dit à propos de la parabole, une fonction y, la longueur variable DC, à partir de la variable x, que l'on peut prendre comme étant la longueur BC. Si l'on regarde le petit triangle rectangle ∂gF, le triangle caractéristique comme on disait

---

9. Johann Bernoulli, Manuscrit de l'Université de Bâle, L 1a 6. Une édition en est disponible : Paul Schafheitlin, *Johannis (I) Bernoullii lectiones de calculo differentialium unter Mithilfe der Familie Bernoulli hg. von der Naturforschenden Gesellschaft in Basel*, 300 Jahre nach der Aufnahme der Bernoulli ins Basler Bürgerrecht (13. Mai 1622) ; mit einem Vorwort von Paul Schafheitlin. Basel : E. Birkenhäuser & Cie., 1922. Une traduction allemande est parue : *Die Differentialrechnung : aus dem Jahre 1691/92, von Jean Bernouilli* ; nach der in der Basler Universitätsbibliothek befindlichen Handschrift übersetz, mit einem Vorwort und Anmerkungen versehen von Paul Schafheitlin, Leipzig : Akademische Verlagsgesellschaft, Ostwald's Klassiker der exakten Wissenschaften Nr. 211,1924. L'édition critique de ce manuscrit, avec Patricia Radelet-de Grave, est prévue dans les *Werke* de Johann Bernoulli, avec le large complément que sont les « Leçons sur le calcul intégral ». Une édition synoptique du texte mis en français de Johann Bernoulli et de celui du marquis de l'Hôpital est également prévue.

autrefois, ou mieux exprimé le triangle différentiel, on le voit semblable au triangle $A\partial C$. Par conséquent avec les proportions, ou le théorème de Thalès comme on dit dans les classes aujourd'hui encore, $\frac{dy}{y} = \frac{dx}{AC}$. La constatation du jet d'eau est tout simplement que $AC = 2x$, le sommet B étant au milieu de A et de C. La proportion ci-dessus se réduit donc à l'équation $ydx = 2xdy$. Bernoulli lui fait subir une transformation pour écrire, après une multiplication, $\frac{(2xdy-ydx)y}{x^2} = 0$. Il sait en effet que :

$$\frac{(2xdy - ydx)y}{x^2} = d(\frac{y^2}{x})$$

Ce savoir est celui du calcul différentiel appris de Leibniz par un papier de 1684 dont la première page indique précisément comment calculer la différentielle d'un quotient. C'est, je l'ai déjà dit, une expérience aussi phénoménale que celle des jets d'eau. Introduit-elle pour autant une discontinuité radicale sur ce passé récent de Galilée et de Mersenne ? En quoi dès lors serait mal venue l'expression d'un relatif long terme, celui de la révolution scientifique ? Une différentielle nulle implique que ce qui est différentié est constant, et donc $y^2 = ax$, pour une certaine constante a. Johann Bernoulli insiste sur le fait que l'équation permet d'obtenir une Parabole. Car la courbe dépend de la constante a, qu'une tradition toute récente alors, et maintenue jusqu'à nos jours, appelle le paramètre [10]. Bernoulli a donc placé ce paramètre à la place du bec du jet d'eau !

> *Ex quibus sequitur curvam quaesitam AB esse Parabolam cujus parameter aequalis est cuilibet assumptae a* [11].

La démonstration est je crois complète pour nous, qui savons reconnaître dans la forme de l'équation, depuis Descartes et sa *Géométrie* de 1637, et selon les axes des abscisses et des ordonnées qui sont juste échangés par rapport à notre habitude acquise au lycée, l'équation d'une parabole. Sauf peut-être ce paramètre a, que l'on voit bien sur l'équation, mais que l'on n'interprète plus sous une forme géométrique, et encore moins comme un bec de tuyau dans une fontaine. Tout le savoir relatif à l'expérience visuelle que j'ai faite du jet d'eau, est celui des deux courbes, lesquelles correspondent donc à deux valeurs différentes du paramètre a, selon la démonstration même de Bernoulli. Suis-je alors convaincu qu'il n'y a qu'une seule courbe, par ce calcul pour le moins abstrait, c'est-à-dire pratiqué sans aucune relation avec le jet d'eau ? Pour m'en persuader, Comte a donné un dessin dans son *Traité élémentaire de géométrie analytique* (Comte, 1843), où l'on voit deux paraboles, avec des paramètres distincts, et pourtant une similitude au sens géométrique du mot (voir figure 14, p. 23). Il doit cependant s'expliquer de considérer la

10. Je ne tiens pas compte ici de la question du signe à donner à cette constante, Bernoulli la prenant toujours positive.

11. « Il s'ensuit que la courbe cherchée AB est une Parabole dont le paramètre est égal à n'importe quel nombre choisi à volonté » (leçon 9, Calcul intégral, *Opera*, p. 417).

similitude sur des figures courbes et non seulement sur des figures rectilignes ou circulaires, seules susceptibles d'un traitement mathématique rigoureux si l'on s'en tient aux « Eléments » d'Euclide. Et, une fois n'est pas coutume, Comte fait appel à la *Géométrie* d'un auteur précédent, parue un siècle plus tôt, qui voulait présenter la géométrie par l'expérience sensible des problèmes que l'on peut résoudre.

> Cette méthode auxiliaire repose sur l'heureux aperçu, indiqué par Clairaut dans ses éléments de géométrie, et suivant lequel deux figures semblables ne diffèrent que d'après l'échelle sur laquelle elles sont construites, en sorte qu'un simple changement d'échelle pourrait toujours les rendre superposables.
>
> (Comte, 1843, p. 202)

L'on n'a pas, je crois, assez réfléchi à cette manifestation phénoménale de la similitude, qui devient chez Comte une propriété de la représentation spatiale. Qui géométrise en s'aidant de figures doit poser une échelle, un repère à deux dimensions, le repère cartésien. Et, dès lors, les propriétés lues ou démontrées ne le sont qu'à cette échelle près. Toutes proportions gardées, à la façon épistémologique d'Euclide, quand il pense un triangle et en dit des propriétés, s'engage à faire voir que sa déduction ne dépend pas de la position du triangle. On n'en voit que mieux la révolution intellectuelle apportée par cette perception de la similitude que Comte attribuait directement à Descartes.

Plus élaborée, donc beaucoup plus simple d'expression mathématique, est l'explication qu'il donnait un peu plus tôt, et qui porte sur le paramètre, alors pensé comme nombre algébrique, c'est-à-dire comme un repère géométrisé.

> Au reste, en rapprochant ces trois cas de similitude spontanée, on conçoit, à priori, qu'une telle relation est inévitable en toutes espèce de courbe dont l'équation pourra être réduite à ne contenir qu'une seule constante arbitraire : car s'il y pouvait exister une condition quelconque de similitude, elle tendrait alors à déterminer cette unique constante ; en sorte que la courbe semblable à la proposée se trouverait ainsi individualisée, ce qui serait évidemment absurde.
>
> (Comte, 1843, p. 194)

On est convaincu par le caractère abstrait du calcul effectué par Jean Bernoulli. Est-il possible de dire la même chose pour la démonstration de la similitude des paraboles selon Comte ? Surtout de celle usant du paramètre ! L'historien épistémologue doit d'interroger sur le lieu de la similitude des paraboles, sachant qu'elle est évidente sur la définition d'une parabole comme section conique particulière comme on s'en persuade aisément à partir d'un quelconque dessin spatial des sections planes d'un cône à base circulaire. Si cette similitude n'a aucune importance pour la géométrie, et n'avait pas été soulignée par Apollonius, elle est essentielle à l'exposé phénoménal du jet d'eau, comme à la physique que Galilée en fait. Mais c'est cette physique que nous n'avons pas encore vue.

L'obtention expérimentale de la parabole par Galilée avec ses boules encrées n'est qu'une étape, celle du « comment », le « *quod* » des scolastiques, à laquelle doit s'ajouter un « pourquoi », le « *propter quid* ». Galilée transforme la parabole en trajectoire, c'est-à-dire qu'il fait une hypothèse sur la façon dont le temps est inscrit dans la figure. Il la montre en 1638 dans ses fameux *Discorsi* (Galilée, 1970). L'idée

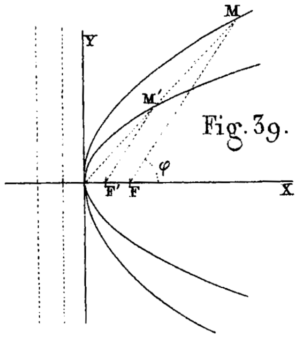

FIGURE 14 – La construction d'une parabole selon Comte et la similitude des paraboles par une figure où n'apparaît pas le paramètre. La similitude est visualisée par le parallélisme des droites homologues $F'M'$ et FM.

est extrêmement simple : sur la tangente au départ du jet, il y a un mouvement uniforme, et aussi bien les espaces parcourus sont proportionnels aux temps mis à les parcourir. Voilà pour ce que l'on pourrait appeler l'axe des abscisses. Mais, suivant la direction du diamètre correspondant à la parabole, la propriété de cette courbe, indépendamment du paramètre, indique que les ordonnées sont en carré du rapport des abscisses, donc en carré des temps [12]. Telle devient la forme quantitative de la chute des corps due à la gravité, et une loi de la nature dont la formulation devient algébrique, indépendante donc de la géométrie de la parabole. Le mathématicien physicien qu'est devenu le philosophe naturel, un nouveau titre que Marin Mersenne adopte délibérément en 1647, peut estimer qu'il s'agit d'une déduction issue de l'expérience inductive, mais aussi solide que les déductions des propositions d'Euclide ou d'Archimède, une fois admises les hypothèses (en l'occurrence, en plus des hypothèses de la géométrie, il y a l'hypothèse du temps et du mouvement uniforme, laquelle va passer sous forme d'un principe de physique, le principe d'inertie, qui trouvera sa formulation dans les *leges motum* de Newton des *Principia mathematica*). Comme l'expérience intervient, des épistémologues parleront seulement d'induction. Ce que Karl Popper, à la suite de David Hume, refuse fermement au prétexte général et *a priori* que l'induction est logiquement impossible (Popper, 1971). Popper veut, sur le fond, préserver la possibilité de la relativité einsteinienne qui remet en cause la simple représentation spatiale du temps par le mouvement uniforme. Cette objection de Popper, absolutiste, ne tient pas pratiquement, puisque l'étude galiléenne se fait à la surface de la Terre, faisant déjà l'approximation d'un champ gravitationnel parallèle et constant, et celle du vide

12. Cette propriété, établie par Apollonius au livre I des « Coniques », reprise par Galilée dans les *Discorsi* (quatrième journée, p. 270 des *Opere*), sert pour obtenir la propriété du milieu (*Discours*, p. 209).

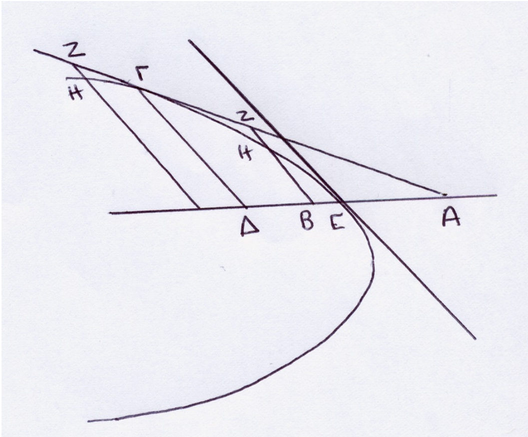

FIGURE 15 – Reconstitution de la propriété de la tangente à une parabole par Apollonius.

pour éliminer les frictions dues à l'air [13], dont la photographie de Mexico montre certaines turbulences (voir figure 2, p. 11). L'objection tient lorsque le modèle parabolique, modifié en elliptique puisque la gravitation varie, est utilisé en cosmologie pour les planètes. C'est-à-dire lorsque la démarche de Galilée telle que résumée plus haut, se transforme par Newton en théorie déductivement organisée à partir des lois du mouvement.

L'historien se doit alors de faire remarquer la très longue durée de maturation de Galilée sur la chute des corps [14], et si la parabole semble être une de ses premières découvertes, il n'écrit à son propos qu'une quarantaine d'années plus tard. De plus, dans les *Discorsi*, la parabole apparaît comme une arrivée et non comme un départ, ce départ qui paraissait avoir été historique.

> Il entend prouver que la trajectoire décrite par un mouvement pesant, alors qu'il descend d'un mouvement composé d'un mouvement horizontal uniforme et du mouvement naturel de chute, est une demi-parabole.
>
> (Galilée, *Discours*, p. 208)

Il importe de remarquer que la démonstration d'Apollonius part d'un diamètre quelconque, et non seulement de l'axe de la parabole. Le dessin (voir figure 15) pose une parabole dont un diamètre est $A\Delta$, qui la coupe en E, ce point se trouvant être le milieu de $A\Delta$. La droite $A\Gamma$ est tracée, où Γ est sur la parabole, et il s'agit de montrer que cette droite est tangente en Γ. Pour cela, un point H est pris sur la parabole, en avant ou en arrière de Γ, correspondant sur le diamètre à un point

13. Galilée discute ces objections longuement dans les *Discorsi* lors de la quatrième journée (*Discours*, pp. 210-215).

14. La très longue maturation de la théorie de Galilée sur la chute des corps est une découverte de la fin du XX^e siècle, et doit beaucoup à Stilmann Drake, dont le travail éblouissant a littéralement suscité un réveil des « galiléens », ne se contentant plus de commenter les ouvrages de la période finale, qui ont seuls servi à la vision positiviste de la révolution galiléenne.

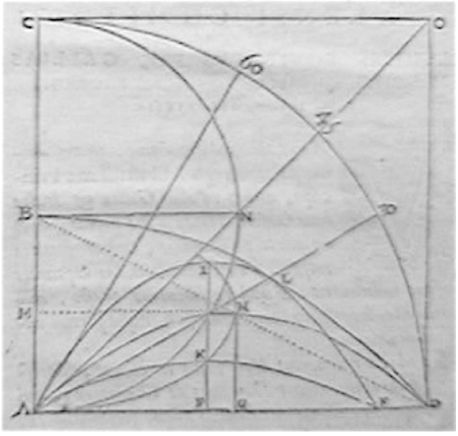

FIGURE 16 – La géométrie de la parabole servant aux projectiles, et aux jets d'eau en particulier, expliquée par Mersenne en 1647 au tome III de *Novarum Observationum Physico-mathematicarum*, ouvrage publié à Paris chez Antoine Bertier.

B. Par l'absurde, Apollonius démontre que nécessairement la longueur BZ, où Z est l'intersection de la droite BH avec la droite $A\Gamma$, est toujours supérieure à la longueur BH. En fait, par la simple identité remarquable du carré [15], on a d'une part $4EB.AE < AB^2$, dès lors que E n'est pas le milieu de AB, ce qui est ici supposé (B étant pris avant ou après A sur le diamètre). Par ailleurs, par similitude des triangles, $\frac{AB}{A\Delta} = \frac{BZ}{\Delta\Gamma}$ et la même chose vaut pour les carrés, $(\frac{AB}{A\Delta})^2 = (\frac{BZ}{\Delta\Gamma})^2$. Mais la propriété de la parabole, valable indépendamment du paramètre, donne $\frac{EB}{E\Delta} = (\frac{BH}{\Delta\Gamma})^2$, ou encore, $\frac{4EB.AE}{4E\Delta AE} = (\frac{BH}{\Delta\Gamma})^2)$. On peut donc écrire, $\frac{4EB.AE}{(BH)^2} = \frac{4E\Delta AE}{(\Delta\Gamma)^2}$. Et la proportion $(\frac{AB}{A\Delta})^2 = (\frac{BZ}{\Delta\Gamma})^2$ fournit aussi bien $(\frac{4EB.AE}{(AB^2)} = \frac{4E\Delta.AE}{(A\Delta)^2}$. Mais, par la propriété du milieu, le second membre vaut 1, de sorte que $(AB)^2 = 4EB.AE$ ce qui contredit l'inégalité déjà obtenue par les carrés [16].

On sera peut-être surpris par la pure géométrisation dans la représentation du mouvement des projectiles (voir figure 16) que donne Marin Mersenne en 1644, six ans après les *Discorsi* et vingt ans après les *Theoremata mathematicæ scientiæ staticæ*, alors même que le texte parle explicitement de « phénomènes », et que les ouvrages précédemment cités font tous la part belle au réel du frottement. Il n'y a apparemment dans les planches de Mersenne aucune indication physique, pas même un poids, en dehors peut-être des degrés fournis, 60 et 30, entourant le milieu à 45 degrés : ils fournissent ainsi une importante propriété de symétrie des angles de tir pour obtenir une même portée. Non que Mersenne ait été converti au

15. Il suffit d'écrire $4BE.EA + (BE - EA)^2 = (BE + EA)^2 = BA^2$, qui provient de la position de B et de A de chaque côté de A.

16. Le passage par l'absurde, chez Apollonius, revient seulement à supposer $BZ < BH$, et à déduire alors une inégalité contraire à celle obtenue par les carrés. Salviati, alias Galilée dans les « Discours sur deux nouvelles sciences » de 1638, reprend le raisonnement par l'absurde d'Apollonius (quatrième journée, p. 207 de la traduction française, ou p. 271 dans les *Opere*).

tout mathématique, mais il sait qu'il importe d'aller plus loin mathématiquement pour pouvoir bénéficier de connaissances nouvelles, et utiles pour les artilleurs par exemple, la physique n'ayant pas besoin d'intervenir, car elle avait été provisoirement épuisée par Galilée. Cependant je me suis avancé à tort en omettant toute ingérence physique visuelle dans ce dispositif inventé par Mersenne et qui sera repris par la suite : en fait, il y a une donnée physique précise, et c'est celle de la hauteur AC. Elle donne la hauteur nécessaire h pour qu'un corps lancé de C sans vitesse initiale provienne en A avec ladite vitesse V. Celle qui s'exprime par $V = \sqrt{2gh}$, où g est la constante terrestre de la pesanteur, et l'écrire suffit à montrer l'inscription physique. Cette vitesse est reportée sur les différentes directions angulaires pour donner lieu à ce bouquet de paraboles, trace phénoménale indéniable. Pour Mersenne la faute d'abstraction serait de n'utiliser que le calcul : la géométrie des paraboles que nous voyons ici à l'œuvre, quoique susceptible d'un calcul, est phénoménale, car visuelle. Elle est une idéalité, dans la mesure où elle eut être indéfiniment répétée, devenant noème, et objet intelligible. Ainsi Mersenne perçoit la « parabole de tir » (passant dans la figure par B, L et D), cette courbe qui enveloppe toutes les paraboles passant par le point A avec une tangente variable et pour une vitesse initiale fixée en valeur absolue. Le phénomène, étonnant pour nous, est que cette parabole ait été trouvée avant même l'invention du calcul différentiel. Il suffit pourtant de calculer tous les points qui sont accessibles par une parabole, avec toutes les inclinaisons possibles des tangentes passant par le point de tir en A, et pour une même vitesse de départ dont je viens de parler et qui trouve une expérience fondamentale pour se décrire phénoménologiquement, avec une hauteur d'eau à descendre, qui devient selon une expression husserlienne, un « présent vivant ». On a en tout cas une équation du second degré à résoudre : les points inaccessibles se trouvent pour un discriminant négatif de cette équation, et la parabole de tir correspond aux points donnant un discriminant nul, comme il est facile de le vérifier. Mais que ce calcul conduise à une enveloppe n'était pas une évidence au XVII^e^ siècle : ceci est attesté par une note dans les *Meditationes* de Jacob Bernoulli, le frère aîné et particulièrement doué de Johann. Il notait ainsi ses remarques les plus notables, au fil de toutes sa vie, à titre de mémorisation : il obtient donc la parabole de tir de deux façons. D'une part comme enveloppe de toutes les paraboles possibles (moyennant les restrictions dites), et pour ce faire il utilise la méthode cartésienne d'une racine double pour l'intersection de deux telles paraboles. D'autre part, il calcule la courbe sur laquelle sont les points que nous avons dit accessibles, et qu'il imagine comme ceux *quae maxime distant à mortario A, ad quae nempe globi è mortario eadem vi explosi pertingere possunt* (Bernoulli, ca. 1684-1690). Le travail préalable de Mersenne consista à géométriser par des figures, et donc à phénoménaliser mathématiquement le tir. Au point que beaucoup d'interprètes veulent que cette géométrie soit faite pour s'adapter aux habitudes des artilleurs de l'époque. Avec A. R. Hall, je ne partage pas du tout ce point de vue (Hall, 1952), mais peu importe ici puisqu'il s'agit d'insister sur le

« phénomène » parabolique, dont peu importe la façon dont il a pu être trouvé du moment qu'il devient présent.

C'est après l'invention du calcul différentiel que Nicolas Guisnée retrouve en 1705 les propriétés des paraboles pour le tir, et donne aussi un exposé dégagé de toute mécanique, comme le montre superbement la planche de figures de son article (voir figure 17). Il éprouve cependant le besoin de citer comme essentielle « l'hypothèse de Galilée », agissant en ce sens comme Comte lui-même le fera plus d'un siècle après. Cette hypothèse est de nature physique, et elle n'est pas mathématique. Nous l'abordons maintenant, pour comprendre comment il a été possible de passer de l'expérience visuelle de la parabole à la constitution de la dynamique comme science, passage qu'il faut mettre au compte de Galilée, là où il annihile la pensée aristotélicienne en mécanique et en physique.

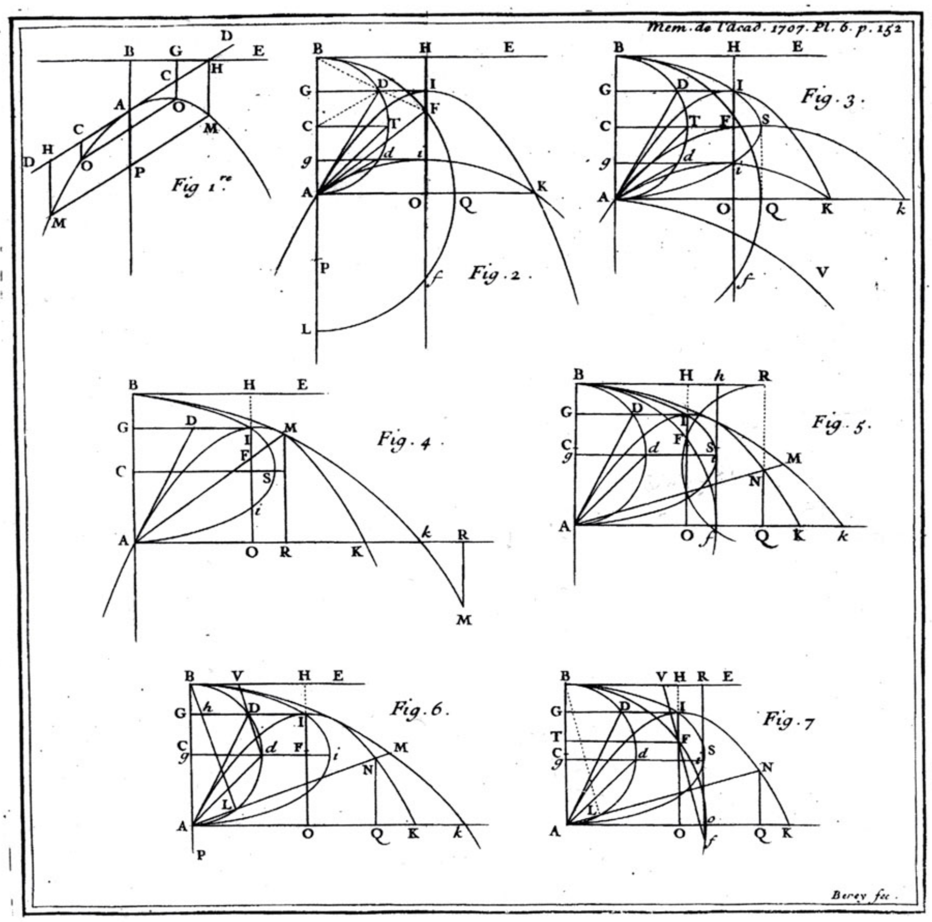

FIGURE 17 – La page des figures qui apparaît dans un article sur le mouvement des projectiles chez Nicolas Guisnée en 1705 à l'Académie royale des sciences de Paris, où il exhibe la parabole de tir, mais aussi le lieu (une ellipse) des sommets de toutes les paraboles passant par le point *A*.

Bref, l'historien s'il ne peut absolument pas donner une version linéaire de l'œuvre de Galilée, allant raisonnablement de l'expérience à la théorie, ne peut pas pour autant donner crédit à la version de Popper d'une théorie *a priori* débouchant sur des expérimentations. Pourtant, l'historien contemporain manifeste le rôle du phénomène, peut-être exacerbé par la variation des théories de la chute des corps venues à la fin du XVI^{e} siècle. Restons à la surface de la Terre, et à des vitesses très faibles par rapport à la vitesse de la lumière, en reprenant ainsi les jets d'eau et leur rôle phénoménal en vue d'une physique.

Il n'y a aucun étonnement à voir des jets d'eau se comporter comme de maigres filets, et non des paraboles, dans un livre publié en 1615 par David Rivault de Flurance, même si c'est une édition latine d'Archimède, et que nous remarquons combien l'auteur, par ailleurs, prenait grand soin de bien dessiner les paraboles lorsqu'elles intervenaient comme sections du cône. Car si Rivault connaissait les résultats d'Archimède, il avait aussi une théorie des jets d'eau, en fait du lancer des boulets de canon. Et c'est pour celle dernière qu'il fut fortement critiqué par François Blondel, car il maintenait une théorie obsolète. Le faux dessin de Rivault (voir figure 18) signifiait le maintien de l'adhésion à la théorie aristotélicienne, et son ignorance des mathématiques. Mais Blondel condamnait aussi les façons anciennes de l'humanisme, pour lequel le discours répété d'anciens auteurs semblait suffire.

> Car cet Auteur est le même David Rivau[l]t de Flurance qui nous a depuis donné une traduction latine des ouvrages Grecs d'Archimede avec quelques commentaires, où il prend le nom de Précepteur du Roy, Loüis treize, à qui, comme je crois, il a enseigné les Mathématiques.
>
> C'était un homme d'une tres-grande Erudition, qui avoit leu une infinité de bons livres, qui avoit une connoisance parfaite de la langue Grecque & les autres langues Orientales : il avoit êtudié plus que mediocrement aux Mathematiques ; Et c'est un malheur pour lui d'avoir entrepris de travailler sur les ouvrages d'Archimède & de n'avoir par conû que ses forces n'étoient pas suffisantes pour un si grand fardeau [17].

N'est-ce pas cette autre révolution purement culturelle qui est en jeu, et qui n'est pas la plus grandiose façon de Koyré et du bouleversement de la *Weltanschauung*, mais un mépris pour une forme intellectuelle dépassée. Aussi bien la mention d'Archimède devient une révolution, mais entendue à la façon astronomique d'un retour.

N'est-il pas surprenant qu'un livre, paru en latin en 1664, et en allemand six années plus tard, contienne un nombre invraisemblable de fontaines jaillissantes et ne réussisse quasiment jamais à donner aux jets la forme parabolique (voir figure 19). Le titre du deuxième volume explique pourtant le spectacle : *varius aquarum ac salentium fontium lusus per varia spectatu iucunda epistemiorum seu Siphonum genera1* (Böckel, 1664). Les planches de Georg Böckel, gravées par Abraham Aubry,

17. Opinions fausses du jet des bombes avant Galilée, in François Blondel, *L'art de jetter des bombes*, Paris, 1683, p. 34.

Figure 18 – Frontispice de l'édition d'Archimède par David Rivault de Flurance en 1615.

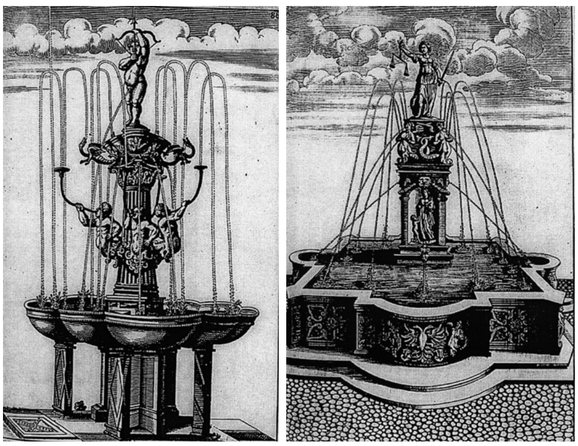

Figure 19 – Deux jets d'eau par Georg Böckel dans *Architectura Curiosa Nova* en 1664, celui de gauche étant impossible par sa verticalité, celui de droite ne laissant pas de surprendre, mais faisant connaître que Böckel est au courant des paraboles.

seront reproduites sous un format séparé mais sans aucun changement en 1704, *darinen von allerhand Aufsätzen und Wasserspielen gehandelt wird*. Les épistémologues de type positiviste n'ont aucun mal à expliquer la permanence d'un dessin objectivement faux, tant ils peuvent prouver la défense rétrograde de l'aristotélisme. L'histoire des idées est beaucoup plus embarrassée que les cognitivistes en général, face à une exhibition aussi baroque, dont il est difficile de ne pas penser qu'elle est voulue fausse. A cette même époque voilà comment un ingénieur représentait les grandes eaux de Versailles (voir figure 19, p. 29). Böckel ne voudrait-il pas empêcher à tout prix que la fontaine des fontainiers ou des jardins ne fût gênée par l'impérieuse mathématique ? A quelques décades de là, Pierre Bouguer devra imposer une forme de beauté des coques de bateaux, au nom de la stabilité. Bien loin d'être seulement construite, la vérité scientifique peut apparaître contraire aux attentes d'une époque, l'époque baroque en l'occurrence.

Conclusion

Ce travail est volontairement divisé en deux parties bien distinctes. La première consiste à parcourir quelques points de vue sur le rythme même de la découverte et sa temporalité à propos du thème aujourd'hui controversé de la révolution scientifique. Le but, en donnant à lire des philosophes et des historiens des sciences, était de ne pas se limiter à quelques auteurs récents, mais à donner son ampleur au thème même du changement révolutionnaire. La deuxième partie est quasiment l'étude d'un seul cas, celui d'un « phénomène » comme le dénomme Marin Mersenne en 1644, avec les paraboles de la chute des corps, et qui comporte tout le physico-mathématique du « tombant ». Cette fois, l'objectif est de faire essentiellement parler des images pour pouvoir saisir une rupture, suivie d'une longue filiation. Ainsi, il y a un contraste temporel saisissant entre la longue maturation nécessaire à Galilée – toute une vie scientifique –, pour parvenir à une loi de la nature que la parabole résume, jusqu'au point de porter divers concepts (par exemple le principe d'inertie) en présentant l'oxymore d'un phénomène pur (dans le vide, et sans résistance) qui chasse la physique aristotélicienne, et l'installation des paraboles trajectoires, ces courbes à un seul paramètre, comme une évidence expérimentale dans des dessins de Mersenne. Alors même que la caractérisation de ces paraboles par la propriété du milieu requiert le moyen non moins révolutionnaire du calcul différentiel et intégral dont il ne sera fait usage qu'une quarantaine d'années plus tard. La phénoménalisation de la parabole mathématique n'agit donc pas comme un paradigme qu'il faudrait répéter : elle est concaténation d'expérimentation et de théorie, où les mathématiques s'avèrent indispensables, mais ne sont pas délestées du devoir de conceptualisation physique.

Références

Archimède (1971). *La quadrature de la parabole*. T. II. traducteur Charles Mugler. Paris : Les Belles Lettres, p. 165.

Bachelard, Gaston (1938). *La formation de l'esprit scientifique*. Paris : Vrin, p. 16.

— (1949). *Le rationalisme appliqué*. Paris : PUF, p. 122.

Bernoulli, Jacob (ca. 1684-1690). *Problemata quaedam de globis bombardicis*. T. CLXVI. Meditationes. Manuscrit, UniversitätsBibliothek Basel.

Böckel, Georg Andreas (1664). *Architectura Curiosa Nova*. T. 2. Nuremberg.

Comte, Auguste (1830). *Cours de philosophie positive*. T. II. Quadrige. Sous la responsabilité de Yann Clément-Colas, avec des notes et une post-face de Jean Dhombres, 2007. Paris : PUF, p. 107.

— (1843). *Traité élémentaire de géométrie analytique*. Manuscrit, Bibliothèque nationale de France, NAF 17909. Paris.

Coumet, Ernest (1987). « Alexandre Koyré : la révolution scientifique introuvable ? » In : *Science. The Renaissance of a History. Proceedings of the international conference Alexandre Koyré, Paris, Collège de France, 10-14 june 1986*. n ° spécial de *History and Technology* IV, 1-4, p. 497–529.

Derrida, Jacques (1967). *La voix et le phénomène*. Paris : PUF.

Diderot, Denis (1754). *De l'interprétation de la nature*. d'après les *Oeuvres complètes* de Diderot, revues sur les éditions originales, par J. Assézat, 1875, Kraus reprint Ltd, 1966. Paris : Garnier, p. 12.

Drake, Stillman (1979). « Galileo's Notes on Motion ». In : *Supplementi agli Annali dell'Istituto e Museo di Storia della Scienza* fasc. 2.

Duhem, Pierre (1908). *Sôzein ta phaïnomena. Essai sur la notion de théorie physique de Platon à Galilée*. réédition 1982. Vrin, p. 132.

— (1955). *Le système du monde*. Aube des savoirs. Paris : Hermann. Chap. Ve partie, chapitre 1, p. 395.

Galilée (1970). *Discours concernant deux sciences nouvelles*. trad. fr. de l'ouvrage de 1638 par Maurice Clavelin. Paris : A. Colin.

Hall, A.R. (1952). *Ballistics in the Seventeenth Century*. Cambridge : Cambridge University Press.

Hilbert, David (1900). « Mathematische Probleme ». In : *Nachrichten der Königliche Gesellschaft zur Wissenschaften zu Göttingen, Mathematische-physikalischen Klasse 3*, p. 253–297.

Kant, Emmanuel (1783). « Aufklärung ist der Ausgang des Menschen aus seiner selbstverschuldeten Unmündigkeit ». In : *Was ist Aufklärung*.

Koyré, Alexandre (1966). *Etudes galiléennes*. Paris : Hermann, p. 15–16.

Kuhn, Thomas (1975). « Traditions mathématiques contre traditions expérimentales dans le développement de la science physique ». In : *Annales* 30. Cet article est repris en anglais dans *The Essential Tension*, pp. 31-65., p. 975–998.

KUHN, Thomas (1977). *The Essential Tension : Tradition and Innovation in Scientific Research, Selected Studies in Scientific Tradition and Change*. Paris : The University of Chicago Press, p. 225–239.

L'HÔPITAL, Marquis DE (1696). *Analyse des infiniment petits, pour l'intelligence des lignes courbes*. T. I, préface. Paris : Imprimerie royale.

LINDBERG, David C. et Robert S. WESTMAN, éds. (1990). *Reappraisals of the Scientific Revolution*. Cambridge University Press.

MONTUCLA, Etienne (an VII, 1799). *Histoire des mathématiques*. T. II. reprise du texte de 1758, librairie Blanchard, 1968. Paris : Henri Agasse, p. 347–439.

POPPER, Karl (1971). *La logique de la découverte scientifique*. trad. fr. Paris : Payot.

Table des figures

Quelques concepts à connotation politique en épistémologie historique pour analyser le rapport au passé

Conservatismes, réactions et postérités

Jean Dhombres
Centre Koyré, EHESS, Paris

Ce texte inédit a été composé vers 1990.

Lors d'un récent colloque consacré à Auguste Comte, et quant à des questions d'épistémologie historique [1], Michel Paty excipait du « conservatisme » de l'auteur du *Cours de philosophie positive* : loin de me choquer, l'expression me donna à penser. D'autant que j'avais moi-même bien antérieurement qualifié Jean d'Alembert de « conservateur humaniste » pour caractériser son refus des probabilités à l'occasion du passionnant débat dans les années 1760 avec Daniel Bernoulli sur les risques personnels à distinguer des avantages sociaux de l'inoculation de la variole. En fidélité, ou plutôt comme je voudrais en discuter, en postérité à d'Alembert, cet auteur cher à Michel Paty qui l'a si souvent étudié depuis sa thèse et que nous fêtons à Tunis à l'initiative de Monsieur le professeur Abdelkader Bachta, Auguste Comte refusait d'accorder de l'importance aux raisonnements probabilistes. Il s'agissait aussi pour Comte de s'opposer à l'un des succès majeurs de Laplace, cet esprit si bien décrit comme « conservateur » par Fourier. Lors de l'éloge funèbre prononcé à l'Académie des sciences pour celui qu'on appelait le « Newton français » puisqu'il avait su mourir un siècle exactement après l'illustre Anglais, Fourier réfléchissait en effet sur les « forces conservatives » en reprenant « l'ensemble » des recherches de Laplace sur le *Système du monde*. Cette rétrospective relevait bien de la mission du secrétaire perpétuel dans son pronconcé de discours nécrologique à l'Institut de France.

1. Je suis sûr que Michel Paty préfère cette expression d'épistémologie historique à celle d'histoire des sciences, ou d'études sur les savoirs techniques. Car l'histoire ne doit pas servir de présentoir à la seule érudition ; la science et sa critique requièrent bien plus.

> En général, la nature tient en réserve des forces conservatives et toujours présentes, qui agissent aussitôt que le trouble commence, et d'autant plus que l'aberration est plus grande. Elles ne tardent point à rétablir l'ordre accoutumé. On trouve dans toutes les parties de l'univers cette puissance.
>
> (Fourier, 1835)

Deux ans après la mort de celui qui avait été archichancelier du « sénat conservateur » de Bonaparte, était devenu pair de France, et avait obtenu avec la Restauration le titre de marquis, mais se sentant soutenu par la rhétorique du système solaire qui ne pouvait présenter aucun danger pour l'homme compte tenu précisément de sa stabilité « démontrée », Fourier sous-entendait chez Laplace le souci permanent de la stabilité politique. Avec ce déplacement de l'épistémologie vers la politique, le qualificatif « conservateur » pose forcément un problème d'emploi. Laplace l'est-il parce qu'il voudrait assurer la survie du régime issu de la défaite de Waterloo, point final des aventures militaires de la Révolution ? Ou Laplace serait-il conservateur parce qu'en une réaction cette fois, il entendait « restaurer » la monarchie absolue issue de Louis XIV, selon la dénomination que les historiens donnent à cette période des rois Louis XVIII et Charles X ? Mais si l'on ne peut pas filer la rhétorique pour dire que Laplace allait jusqu'à souhaiter le retour aux formes du raisonnement de la scolastique dogmatique chrétienne en philosophie naturelle qui avaient valu la condamnation de Galilée en 1633, ne voudrait-il pas néanmoins imposer, avec autant de dogmatisme, une forme de pensée sur le monde, notamment son hypothèse cosmogonique de formation des planètes formulée en 1796, ou son déterminisme rendu public en 1814, utilisant à la fois les probabilités rendues performantes par la convergence vers la loi normale et un newtonianisme poussé à l'extrême de ses possibilités, par exemple sur les forces capillaires ? A moins que l'on ne prenne le mot « conservateur » comme décrivant un état en soi, pour décrire qui serait ennemi de tout changement de régime. Il y a nécessairement à tenir compte d'un effet d'échelle dans la qualification du conservatisme, selon que l'on considère le régime en place, un régime immédiatement plus ancien, voire un régime rêvé dans une ancienneté non datée. Avec le sens d'un refus du changement, il devient impossible en tout cas de transposer le mot dans les sciences depuis que la notion de progrès leur est inéluctablement associée, avec l'intervention rhétorique du chancelier d'Angleterre Francis Bacon au début du XVII^e siècle, ainsi que l'*Encyclopédie* de Diderot et d'Alembert nous le serine. La notion de progrès transforme la science en ce qu'elle en fait une histoire orientée. J'ai pourtant sans gêne utilisé le mot « régime » parce que je peux aussi bien qualifier un régime politique qu'un régime de science, m'évitant de ne voir qu'un progrès non autrement analysé. Je m'explique sur l'évidence qu'occulte quelque peu l'idée du *De Augmentis scientiarum* de Bacon : il n'y a pas une unique façon de faire de la science, voire même de faire des mathématiques, ni une seule façon de progresser, même à une époque donnée, et ce n'est surtout pas la seule façon de l'accumulation des savoirs. Non seulement les institutions changent – malgré la trompeuse pérennité du mot université –, non seulement changent les objets d'études et donc la production scientifique, ce dont témoigne la versatilité des disciplines – malgré la trompeuse apparence par exemple d'un même mot comme le mot géométrie –, mais se modifient encore les formes des échanges entre savants, ainsi et surtout que les faire-valoir de la production scientifique et technique, et donc les jugements sur les sciences du passé. Cette banalité du constat des changements ne saurait empêcher l'historien, voire le sociologue moins bien armé à ce propos, de proposer des périodisations historiques et même de les nommer selon telle ou telle sensibilité ou mentalité générale qui peut paraître oublier l'histoire ; la condition requise est toutefois de ne pas considérer ces périodisations comme des modèles occupant tout le terrain temporel. Il me semble que l'épistémologue a aussi son mot à dire.

Je me suis donc intéressé autrefois à décrire ce qu'avait été le régime académique de la science, que je me gardais de confondre avec ce qu'on appelle de façon un peu gobe-tout la « science classique ». Le régime académique qui se développa et prospéra dans l'Europe des Lumières (Dhombres, 2002), se définit comme celui par lequel quelques académies des sciences ou sociétés assimilables, élaboraient des critères de scientificité, et gouvernaient ainsi la science et son action dans la société par le biais des différents corps techniques ; étaient enrôlés dans ce jeu de normalisation rationnelle quelques uns des savants jugés les plus originaux et productifs, par un système de sélection avec élection à bulletins secrets par le corps académique tout entier. Les critères portent sur la justification des textes qui seront revêtus du label académique, et donc sur l'exclusion d'autres textes, et partant sur les formes de référence, de priorité, ou de polémiques : à Paris, le rôle essentiel du secrétaire perpétuel est de « raconter » ces textes dans la partie *Histoire* des volumes académiques, et au besoin de rappeler le contexte, les contributions d'autres savants, et la nature de l'apport du texte publié comme mémoire, en le juxtaposant à d'autres, éventuellement dans le même volume. Le secrétaire ne prend pas parti sur la « vérité » en tant que telle du mémoire, mais sur sa conformité au code académique dont le règlement n'est que l'un des aspects, car comptent aussi bien les attitudes retransmises de quelques autres académies, et surtout l'évolution des façons épistémologiques que le discours du secrétaire est chargé précisément de faire sentir, usant à ce propos des polémiques. Dans ce rôle à Paris, Fontenelle s'avéra un secrétaire particulièrement efficace, tant il percevait avec finesse les variations de ton et les modèles nouveaux de preuve, alors même qu'il ne saisissait pas toujours bien les enjeux, se trouvant en porte-à-faux après sa malheureuse *Géométrie de l'infini* [2]. D'Alembert à partir d'un certain âge ne sut pas être vraiment actif dans ce jeu académique, préférant publier séparément, sans s'astreindre à l'écriture de mémoires soumis à lecture critique par d'autres. Si l'on peut qualifier de progressiste ce régime de science, c'est surtout en ce qu'il s'oppose – ou disons plutôt se différencie dans les fonctions d'élucidation des tendances de la production – d'un autre régime

2. Fontenelle est âgé de 70 ans, lorsqu'il sort en 1727 les *Éléments de la Géométrie de l'infini*, après plus de trente années d'occupation du poste de secrétaire perpétuel de l'Académie des sciences.

de science que l'on peut nommer le régime universitaire, et qui est du plus long terme. En ce que ce régime définit et pratique ce qui est à la fois vrai, au sens de déjà accepté comme tel par la tradition enseignante, et utile, puisque l'université a pour mission de former par l'enseignement en vue de professions libérales, médecine ou droit. Comme dans ces deux tâches les changements sont particulièrement lents, le rythme ne peut être le même que le rythme du régime académique ; il faut aussi préciser que pour le système universitaire côtoyant le régime académique au XVIIIe siècle, la vérité est encore mesurée à l'aune d'une philosophie chrétienne générale – n'est-il pas partout interdit d'être athée – mais aussi de philosophies chrétiennes particulières qui sont aussi des manières d'être – n'est-il pas interdit d'être catholique à Oxford ou Cambridge ? Quant à l'utilité, elle est jugée selon la formation envisagée pour les étudiants, en gros selon des valeurs nationales : l'Angleterre choisissait de se conformer à un modèle de civilité bienséante, éloignée de toute profession ou technique particulière, et la France repoussait aussi bien toutes les techniques mais leur octroyait un lieu autre que l'université et privilégié – les écoles d'ingénieurs militaires ou civils ou plus anciennes encore les écoles d'hydrographie. La formation universitaire française d'alors restait comme un monde clos, et de bien courte durée, car éloigné des réalités sociales et des controverses. Les collèges des différents ordres religieux avaient en effet accaparé la formation secondaire, et adopté le système d'émulation des jésuites, un changement notable si l'on rappelle que les universités médiévales débutaient vers l'âge de quatorze ans, et que le travail y était personnel à partir des cours magistraux, sanctionné par des thèses variées qui n'étaient pas des concours. La contradiction était alors, au temps des Lumières, que le régime académique de la science suscitait de l'enthousiasme jusque dans les collèges : vaut symbole l'anecdote de d'Alembert visitant des pensions où se préparait le concours de mathématiques pour l'entrée à l'école du génie de Mézières.

Si l'on ne se satisfait pas de parler de « science classique », on peut envisager un régime de la science baroque, forcément antérieur aux académies et qui pourrait avoir été le moteur de la révolution scientifique, mais cette fois aussi il faut lui juxtaposer le régime universitaire vivant de modalités peu différentes de celles déjà vues ; dépassant cette période temporelle, on parlera encore du régime de science militante au XIXe siècle, cohabitant avec des régimes de science nationale. On peut aussi bien parler d'un régime de réseaux scientifiques pour le XXe siècle, à condition de ne pas le voir partout, car le système n'a de sens que pour quelques lieux assez bien reliés, à la fois impériaux et fragiles : l'exemple de l'université de Göttingen décapitée par les nazis, au témoignage même de Hilbert, étant là pour le prouver. Je suis en tout cas sûr que si on ne peut pas parler d'un régime nazi de la science, on doit juger des conséquences sur la vie scientifique d'un régime politique aussi radicalement et « racialement » exclusif.

En me penchant non sans longueur sur les régimes de science, je n'ai pas perdu mon objectif sur deux mots, « conservatisme » bien sûr, mais aussi « réaction » que je peux introduire sans explication car il a déjà fait l'objet de réflexions en histoire des sciences (Starobinski, 1999) : ces deux mots peuvent être conjugués au sein de ces régimes mêmes, à la façon dont on module pour les peintres leur appartenance aux périodes maniériste, baroque, classique, néoclassique, romantique ou impressionniste, qui scandent l'histoire de l'art. Les deux mots pourraient-ils pourtant ne prendre qu'un seul sens si l'on adoptait la dichotomie de la science normale et de la science en révolution ? Mais Thomas Kuhn, s'il adopte le mot « structure » pour la science en révolution, et cette fois aussi bien le mot révolution a autant de connotation politique que le mot « réaction », met la structure hors histoire. Sans doute parce que le temps s'y déroulerait trop vite ! Il n'adopte en tout cas pas le mot régime, ou tout autre mot de type politique pour le cas de science normale. On ne saurait évidemment pas poser l'équivalence du régime de la science académique précédemment défini avec celui de la science normale. Car, par exemple, ce serait faire fi de la révolution des équations aux dérivées partielles, que l'on peut résumer par l'introduction du potentiel, lequel a pu annuler les difficultés conceptuelles de la notion newtonienne de force, celles que d'Alembert avait si bien mises en évidence dans son *Traité de dynamique* (Paty, 1998), et d'ailleurs que reprendra Comte. Aussi bien, le concept de science normale, qui se définit comme celle qui ne connaît pas de révolution, présente-t-il les mêmes apories que celles, politiques, de la « fin de l'histoire ».

L'épistémologie historique, parce qu'elle n'est pas d'épistémologie générale, se doit de faire intervenir des analyses à connotations politiques pour évoquer des régimes de science. Ayant ainsi clarifié l'emploi des mots, et les requis, il me paraît utile de juxtaposer un troisième mot, celui de postérité, par lequel je décris les façons dont un scientifique, par-delà la continuité des générations qui se suivent, ou des mentalités dominantes qui perdurent, reprend à son compte et forcément à nouveaux frais, des façons plus anciennes qu'il associe à un nom ou à une école [3]. Une postérité n'est pas une répétition, ou une imitation : c'est un retour à une source qui paraissait oubliée, sinon niée, et qui permet un nouveau départ. Assumer une postérité de la part d'un acteur scientifique, c'est faire geste historique en « inventant » dans un temps passé un embranchement intellectuel dont une branche n'avait pas été suffisamment explorée. Le mieux est de voir sur une micro-histoire, celle de l'arc-en-ciel, ce que le concept de postérité permet de décrire de la vie scientifique, aussi bien celle des personnes que celle des idées, en ne recourant pas d'abord aux qualificatifs de conservatisme ou de réaction.

3. J'ai développé ce point de vue dans : Une histoire de l'objectivité scientifique et le concept de postérité (Dhombres, 1998)

1 Pourquoi Newton nie-t-il faire la postérité de Descartes à propos de l'arc-en-ciel ?

Sur l'arc-en-ciel le double discours en demi-teinte tenu par Newton dans son *Opticks* en 1704 est contradictoire, et sera qualifié de tel par l'historien Étienne Montucla en 1758, pourtant enregistré dans la mémoire scientifique anglo-saxonne comme désignant le véritable découvreur. D'une part, Newton estime que « certains Anciens » – non autrement précisés, mais où il est facile de comprendre qu'il ne s'agit pas d'Aristote, mais peut-être d'Alexandre d'Aphrodise –, avaient la version physiquement correcte du phénomène qui tient au mouvement cumulé de la lumière se réfractant deux fois dans des gouttes de pluie. D'autre part, Newton fait subodorer que Descartes a tout gâché par une pensée *a priori*, selon le schéma scolastique, sans expérimentation raisonnée. Mais Newton lui-même, par une table rase ironiquement conduite à la manière cartésienne, a pu définitivement établir le phénomène. Il présente pourtant modestement la proposition IX de son *Opticks* comme simple « déduction » des « propriétés découvertes de la lumière » pour expliquer, non pas l'arc-en-ciel, mais seulement « les couleurs de l'arc-en-ciel » (Newton, 1704). Aucun texte de l'Antiquité, et les *Météorologiques* moins que tout autre, ne témoigne d'un trajet lumineux dans des gouttes avec la double réfraction puisque c'est une vague réflexion sur les nuages qui au moins rend compte de deux phénomènes associés à l'arc : la nécessaire position du Soleil à l'arrière de l'observateur placé devant le nuage, et le caractère angulaire de l'arc, puisque celui-ci paraît reculer de l'exacte distance dont l'observateur lui-même s'avance dans sa direction.

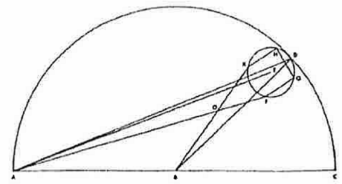

Figure 1 – Un dessin de Dietrich de Freiberg d'après un manuscrit de 1304.

Apparemment la première explication par la goutte provient d'un manuscrit du début du XIVe siècle, et est remarquable au moins une des figures qui l'accompagne [4] en détaillant le trajet lumineux (voir figure 1). Du moins, pour quiconque a lu Descartes (qui publiait en 1637) ! En effet, aucune raison n'est donnée dans ce dessin ancien, ou suggérée, pour la constance de l'angle formé par la direction

4. Voir le commentaire de Matthieu Husson, Les figures dans les textes optiques de Dietrich de Freiberg, pp. 239-264, à partir de l'édition du *De iride et radialibus impressionibus*, édité par M. R. Pagnoni-Sturlese, L. Sturlese, *Dietrich von Freiberg Opera omnia*, t. IV, 1985.

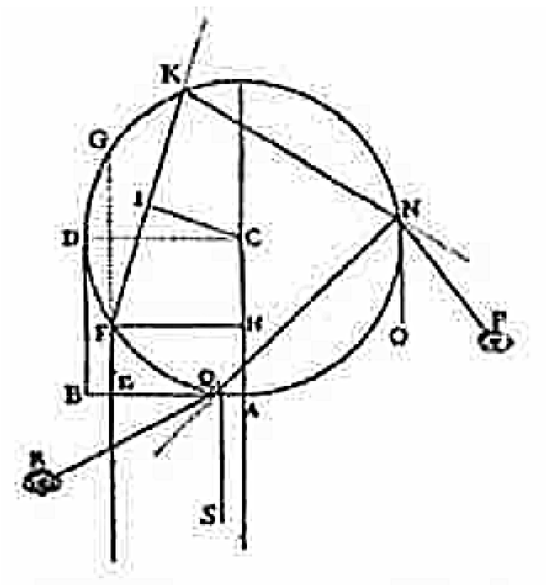

Figure 2 – La goutte de pluie analytique de René Descartes dans la *Géométrie* en 1637, avec des rayons solaires venant d'en bas.

la ligne HF	la ligne CI	l'arc FG	l'arc FK	l'angle ONP	l'angle SQR
8000	5984	73. 44	106. 30	40. 44	55. 40
8100	6058	71. 48	105. 25	40. 58	54. 35
8200	6133	69. 50	104. 20	41. 10	53. 10
8300	6208	67. 48	103. 14	41. 20	52. 54
8400	6283	65. 44	102. 9	41. 26	51. 43
8500	6358	63. 34	101. 2	41. 30	50. 32
8600	6432	61. 22	99. 56	41. 30	58. 26
8700	6507	59. 4	98. 48	41. 28	57. 20
8800	6582	56. 42	97. 40	41. 22	56. 18
8900	6657	54. 16	96. 32	41. 12	55. 20
9000	6732	51. 41	95. 22	40. 57	54. 25
9100	6806	49. 0	94. 12	40. 36	53. 36
9200	6881	46. 8	93. 2	40. 4	52. 58
9300	6956	43 8	91. 51	39. 26	52. 25
9400	7031	39. 54	90. 38	38. 38	52. 0
9500	7106	36. 24	89. 26	37. 32	51. 54
9600	7180	32. 30	88. 12	36. 6	52. 6
9700	7255	28. 8	86. 58	34. 12	52. 46
9800	7330	22. 57	85. 43	31. 31	54. 12

Figure 3 – Une des deux tables numériques de Descartes donnant la propriété de maximum, pour les valeurs sur une large place de l'angle ONP autour de 41° et de minimum pour les valeurs de l'angle SQR autour cette fois de 50°.

du rayon solaire et de l'observation de l'arc. Le dessin « analogue » de Descartes (voir figure 2) n'est pourtant complet que si on lui associe une table numérique (voir figure 3) : en ce que les deux « cartes », le dessin et la table, donnent à voir la déviation d'un quelconque rayon venant dans une goutte d'eau (la ligne brisée $EFKNP$ dont l'entrée en B est repérée par l'abscisse qui correspond à chaque fois à un angle d'incidence particulier dans la goutte représentée bien sûr par un cercle), et le fait que la déviation passe par un maximum autour de l'angle 40°, qui correspond à une abscisse, celle-ci étant repérée par le rayon DC pris égal à 10 000 unités. Une seconde ligne brisée, comportant une seconde réflexion, donne le deuxième arc-en-ciel, visible en R, et cette fois la table montre un minimum autour de l'angle 50°. On conviendra que le dessin donné par Newton de la même goutte (voir figure 4) n'ajoute rien à celui de Descartes, et ne pose pas une direction plus phénoménale pour le Soleil puisqu'il est à l'horizontale, là où Descartes choisissait une verticale, tout aussi irréaliste. Ces deux directions sont toutes deux pratiques pour effectuer le calcul de géométrie analytique, avec bien sûr l'utilisation dans la goutte des sinus pour la réfraction (ou cosécantes selon le langage du temps préférant les inverses des sinus).

Sur le maximum, qui est la découverte cartésienne, Newton n'est pas muet, mais tendra à donner l'impression qu'elle est sienne. Deux citations juxtaposées

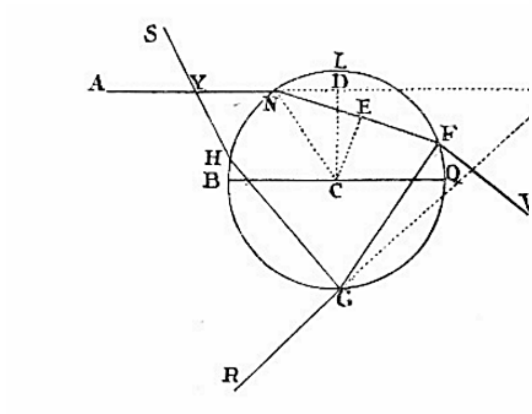

Fig. 14.

FIGURE 4 – La goutte d'Isaac Newton en 1704, assez voisine de celle de Descartes à une rotation près.

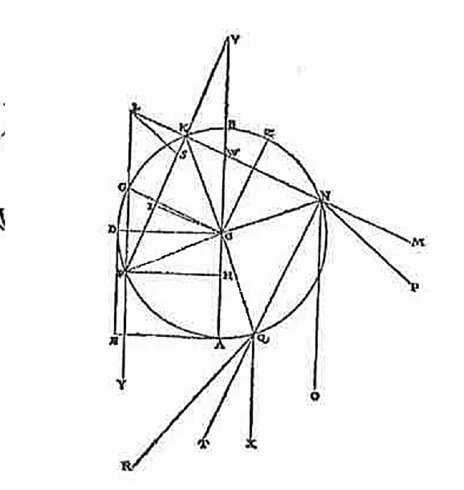

FIGURE 5 – La goutte de Spinoza dans un texte publié en néerlandais en 1687.

suffisent pour comprendre comment il fabrique ce « récit » épistémologique. D'une part, Newton mentionne Marco Antonio de Dominis, pour son livre de 1611 (Dominis, 1611), alors qu'un dessin de ce dernier renseigne moins encore que celui bien plus ancien de Dietrich de Freiberg (voir figure 1). Newton peut ainsi assimiler ou réduire Descartes à son prédécesseur immédiat, lui attribuant juste un détail de plus pour l'arc extérieur, détail forcément anodin par rapport aux couleurs de Newton. Lisons.

> The same explication Descartes hath pursued in his Meteors, and mended that of the exterior Bow. But whilst they understood not the true origin of Colours, it's necessary to pursue it here a little further. (Newton, 1704, p. 127)

Du coup, lorsque le dessin de la goutte est en cause, le maximum est décrit comme une évidence expérimentale, alors qu'elle est seulement un résultat de calcul, certes rendu en quelque sorte plus nettement angulaire par l'intervention géométrique du point X qui ne figure pas dans le dessin de Descartes (voir figure 4).

> Now if you suppose the point of incidence N to move from the point B, continuously till it come to L, the Arch QF will first increase and then decrease, and so will the angle AXR which the rays AN and GR contains.
> (Newton, 1704, p. 127-128)

Newton passe au second arc, puis à un troisième, et à d'autres encore ; ce que Descartes certes n'avait pas envisagé, mais l'avait été en 1700 par Edmond Halley, sans pour autant que Newton ne mentionne le nom du collègue académicien qui, en 1685, l'avait lancé sur la piste du mouvement d'une planète autour d'un centre attracteur en raison du carré de l'inverse de la distance, ce qui aboutissait en 1687 aux *Principes mathématiques de la philosophie naturelle*.

Descartes mentionnera quant à lui Francesco Maurolico, à propos d'un texte écrit bien plus tôt mais imprimé à Lyon en 1613 (Maurolico, 1613), pour lui reprocher d'avoir donné une valeur empirique pour l'angle d'observation de l'arc, sans chercher à le déterminer par une théorie, et en dire la constance. C'est là qu'est cruciale la table de Descartes, qui ne dépend évidemment pas du phénomène météorologique. Newton critiquait dès lors la théorie des couleurs de Descartes... laquelle n'a rien à voir, ou presque, avec le dessin du trajet lumineux dans une goutte. D'ailleurs si l'on regarde minutieusement l'autre figuration que donne Descartes (voir figure 6), on apercevra en pointillés des lignes parallèles selon les courbures aux deux arcs dessinés en traits pleins, au-delà de l'arc extérieur (le deuxième arc) et en deçà de l'arc intérieur (le premier arc). Elles sont conformes à l'existence respectivement d'un minimum et d'un maximum.

La posture adoptée par Newton – cet amalgame d'un refus et d'une reprise de Descartes –, le conduisit à l'invraisemblable oubli de ce qui objectivement aurait été un apport formidable du point de vue de la physique mathématique. Ce serait l'utilisation, en 1704, de la méthode des fluxions pour calculer un extremum, et ce pourrait alors avoir été le premier exemple d'application à la physique (en dehors de la mécanique céleste) d'un travail déjà complètement rédigé en deuxième version par Newton avant la fin 1671 (Whiteside, 1967-1981). Puisque tout le monde accepte que la méthode des fluxions soit équivalente au calcul différentiel, et jusqu'aux invraisemblables juges de la *Royal Society* à l'occasion de la querelle de priorité avec Leibniz, je donne la preuve de l'extremum par le calcul différentiel.

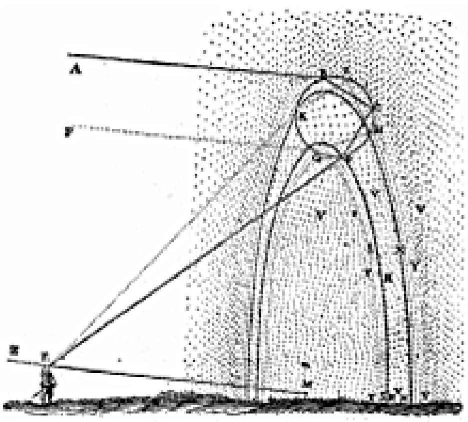

Figure 6 – L'image de l'observation de l'arc en ciel par Descartes.

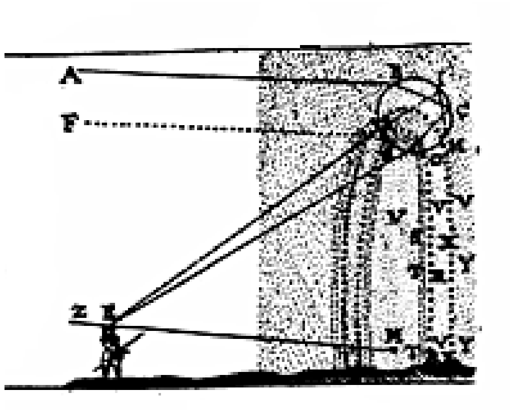

Figure 7 – La reproduction de cette image par Caramuel y Lobkowitz en 1668 dans *Mathesis biceps*.

2 Un calcul

La déviation angulaire, que je peux noter D, et qui se lit par rapport à la verticale en N dans le dessin de Descartes, se calcule si l'on veut bien faire attention à la rotation subie par un rayon lumineux (voir figure 2), et donc si l'on accepte de faire jouer une géométrie orientée. Descartes la manie effectivement [5], n'hésitant pas à ajouter un angle de $180°$, ce qui pouvait révulser un Euclidien bon teint. On vérifie la valeur de cette déviation D, dans ce cas où il n'y a qu'une réflexion intérieure à la goutte d'eau, donc sur le trajet du rayon $EFKNP$:

$$D = 2(i - r) + (\pi - 2r) = \pi + 2(i - 2r)$$

Descartes ne fait pas explicitement ce calcul car il le traite par la fonction sinus puisque telle est la liaison en i et r selon la célèbre loi dite de Snell-Descartes, $\sin i = n \sin r$, où n désigne l'indice de réfraction de l'eau. Le calcul différentiel évite de fait l'embarras (relatif) d'exprimer le carré du sinus de la déviation D, puisqu'en l'extremum, on devra avoir $dD = 0$, soit

$$di = 2dr$$

La différentiation de la loi de Snell-Descartes fournit à son tour

$$\cos i di = n \cos r dr$$

De sorte que l'on dispose d'une relation ne portant pas sur les différentielles, mais seulement sur les angles i et r, et de fait déterminant aussi bien i que r :

$$2\frac{\cos i}{n \cos r} = 1$$

Elle se réduit aisément à la relation simple :

$$\frac{4 - n^2}{3} = \sin^2 i$$

Descartes, qui ne disposait pas du calcul différentiel, devait calculer à partir de la formule $\sin D = \sin 2(2r - i)$. Soit, au moyen de la formule de l'angle double, en utilisant une règle certes élémentaire de trigonométrie, en changeant un cosinus en l'exprimant par un sinus, faisant ainsi intervenir une racine carrée. Il obtenait :

$$\sin D = 2 \sin(2r - i)\sqrt{1 - \sin^2(2r - i)}$$

Il passait aux tables numériques, celles qui sont seules données par Descartes. Newton dit pouvoir constater par la géométrie, ce qui est dû à son positionnement de

5. « Puis, ôtant le double de l'arc FK, de l'arc FG ajouté à 180 degrés, j'ai 40,44 pour la quantité de l'angle ONP... », *Les Météores*, p. 338 (Descartes, 1637)

X, donc à une perception visuelle d'un mouvement, mais n'en reconnaît pas moins finalement que le phénomène requiert le calcul. Il conclut dans le cas des rayons les moins réfrangibles :

> D'où il résulte par le calcul que le plus grand angle AXR est de 42°2', et le plus petit angle AYS, de 50°57'[6].

Entre Descartes et Newton, le jeune Spinoza[7] avait dû bénéficier de l'expertise algébrique en posant $X = \sin(2r - i)$, et calculer ainsi :

$$\sin^2 D = 4X^2(1 - X^2)$$

Trouver un extremum pour ce polynôme particulier du quatrième degré, n'est pas difficile, aboutissant évidemment à la valeur déjà donnée pour i. Mais si Descartes avait ainsi calculé, il l'aurait mentionné ; Newton quant à lui, à propos des différents arcs, se contente de dire que le mathématicien saura faire, donnant pourtant le résultat exact en fonction de l'indice, c'est à dire se portant dans une direction fonctionnelle qui va faire le propre du Calcul.

Newton n'ose pas reprendre le témoignage selon Halley[8] de quelqu'un qui aurait vu le troisième arc ; sans doute alors ne cite-t-il pas Halley parce que ce dernier suivait la forme démonstrative de Descartes (voir figure 8).

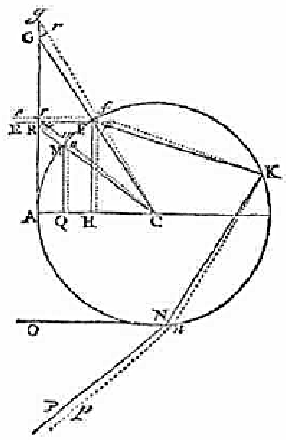

FIGURE 8 – Le dessin utilisé par Edmond Halley en 1700 pour l'arc-en-ciel.

6. Telle est son expression (en anglais) lors de la neuvième proposition, au problème 4 de « l'Optique » de 1704 (*By the discovered Properties of Light to explain the Colours of the Rain-bow*, p. 126).

7. *Stelkonstige Reeckening van den Regenboog* (Spinoza, 1687), réédité avec traduction anglaise par M. J. Petry sous le titre *Algebraic Calculation of the Rainbow*. On aura remarqué le mot « calcul » utilisé par Spinoza dans son travail de jeunesse.

8. Edmond Halley, « De iride, sive de Arcu cœlesti, dissertatio Geometrico... », *Philosophical Transactions*, n° 267, 1700-1701, pp. 714-725.

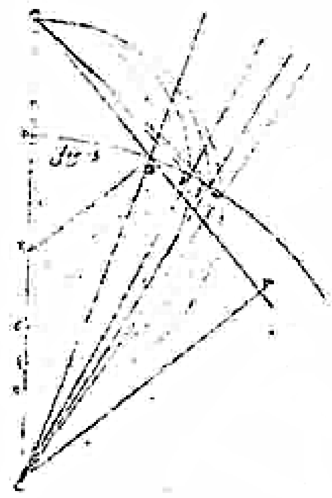

FIGURE 9 – Le dessin utilisé par Jacob Hermann en 1704.

Le dessin de Jacob Hermann, en 1704, donc avec la forme « continentale » du calcul, explique assez bien par la géométrie le rôle du maximum, cette valeur angulaire autour de laquelle les rayons sortant en N sont à peu près parallèles (voir figure 9), et comment cela se répercute sur les rayons d'incidence en F (Hermann, 1704). On comprend qu'un minimum puisse également convenir, puisqu'il ne s'agit pas d'une intensité, mais d'une constance de direction, un quasi parallélisme. S'il est vrai que Newton discute la largeur de la bande colorée de l'arc à partir du diamètre apparent du Soleil, et donc de la non constance de la direction des rayons, il n'a pas comme Descartes envisagé le rôle de gouttes non sphériques, pas plus qu'il n'a tenu compte de la diffraction sur les gouttes de pluie, un phénomène ignoré de Descartes mais découvert par Grimaldi [9].

3 Effet gommé de postérité

Indéniablement, Newton est dans la postérité de Descartes pour l'arc-en-ciel [10], qui n'est pas une simple reprise, mais une excellente adaptation au phénomène de la couleur que Newton expliquait par la réfrangibilité différente selon les colorations lumineuses. Pourquoi Newton a-t-il refusé cette posture ? Plusieurs réponses peuvent être données. Il y a d'une part le fait qu'avec la couleur – quelque chose assimilé au vivant –, Newton paraissait redonner à l'arc son sens esthétique, que

9. Voir le livre remarquablement informé de Carl B. Boyer, *The Rainbow, From Myth to Mathematics*, Thomas Yoseloff, New York/London, 1959.

10. Tous les physiciens qui reprennent la théorie de l'arc-en-ciel pour l'adapter aux théories nouvelles au XIXe ou XXe siècle, notamment pour introduire l'optique quantique, sont dans la postérité cartésienne d'un calcul d'extremum de directions angulaires.

l'utilisation des mathématiques par Descartes pouvait avoir réduit. Ce sera en tout cas un des thèmes de la poésie scientifique du XVIII^{e} siècle [11]. Il ne faut jamais négliger ces effets culturels de la science sur les sensibilités.

Il y a aussi le fait que la méthode de Descartes pour l'arc, si elle donne une place à l'expérimentation, ne revient pas à l'expérience une fois le travail théorique effectué. Descartes paraît trop sûr de son calcul, là où Newton fait voir par appareillages démonstratifs (voir figure 10).

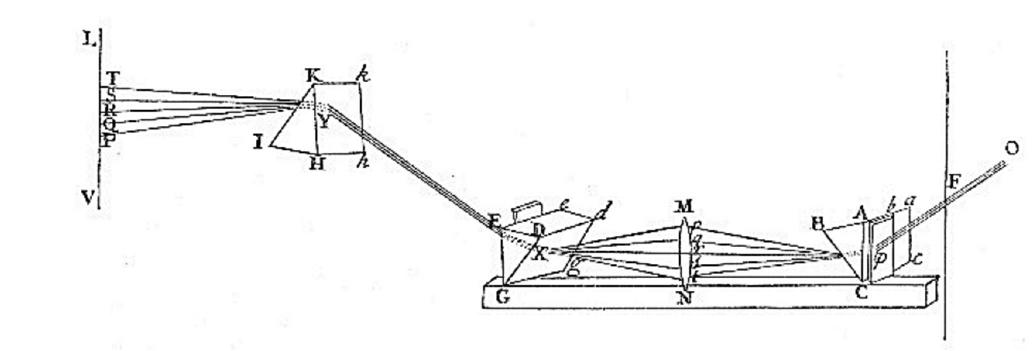

FIGURE 10 – L'inoubliable preuve newtonienne de la composition et de la décomposition de la lumière blanche.

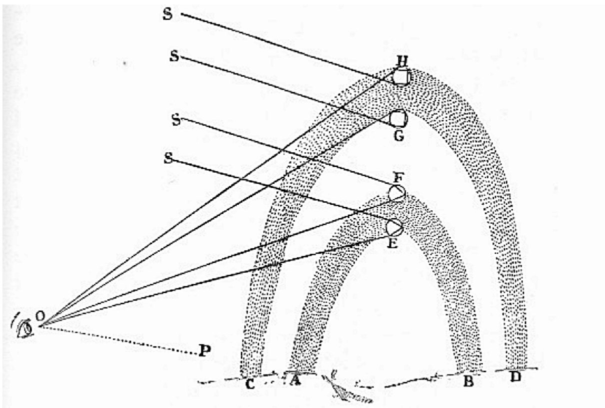

FIGURE 11 – L'image de l'observation de l'arc-en-ciel par Newton.

Mais vraisemblablement le point majeur est l'utilisation par Descartes d'une théorie de mouvements de corpuscules pour désigner les couleurs, allant jusqu'à une représentation dessinée de ces corpuscules (voir figure 12, p. 14). On sait que cet aspect visant à l'atomisme des effets mécaniques fut tout de suite reproché à

11. Un poète résume assez bien l'effet newtonien sur l'arc-en-ciel : Descartes thus, great Nature wandering guide/fallacious led philosophy aside, /'Till Newton rose, in orient beauty bright, /He rose, and brought the world's dark laws to light.

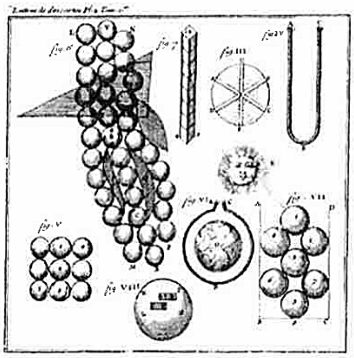

Figure 12 – Un dessin que Descartes utilise pour "faire voir" des corpuscules comme mis en grappes, et qui fait l'objet d'une première critique par Jan Ciermans en 1638.

Descartes, notamment par Jan Ciermans [12] dès 1638. Je ne suis pas convaincu que de tels dessins « servent de pont entre une déduction logique et la persuasion rhétorique » [13], mais l'hypothèse est intéressante ; je pense que la réalisation de tels dessins, avec des boules serrées comme des grappes, aide à débloquer un argument métaphysique d'impossibilité [14]. Mais qu'importe en l'occurrence de l'arc, puisque les deux dessins faits par Descartes, et minutieusement faits par lui (voir figures 2 et 6, auxquelles il faut joindre la table de la figure 3), ne comportent pas la représentation de ces corpuscules. Il y a seulement des gouttes de pluie, dont la taille d'ailleurs peut être quelconque. Le caractère indifférent de cette taille permet justement d'expérimenter sur une goutte (voir figure 3) et de raisonner comme si celle-ci avait la taille voulue. Les différentes gouttes de Descartes sont dûment réutilisées par Caramuel (voir figure 7) et dans ce dessin est accentuée la forme elliptique que ces arcs peuvent prendre (pour désigner les arcs circulaires vus en perspective) : ces formes sont précisément celles des différentes couleurs de l'arc. Les dessins de l'arc-en-ciel portent à la fois un raisonnement mathématique quantifié par la trigonométrie allant jusqu'au calcul d'un extremum et un raisonnement expérimental. Le dessin de Descartes est un dispositif de science, et c'est bien pour cela que Spinoza l'étudia, et que Newton se cacha mal de le reprendre.

Si l'effet de postérité gommée par Newton a effectivement eu pour objectif de promouvoir une « *experimental philosophy* » évitant de donner inutilement de l'être à ce qui peut se décrire comme des hypothèses, ainsi les mouvements des particules lumineuses de Descartes, mais aussi les jeux à la fois expérimentaux et

12. Lettre de Descartes à Jan Ciermans du 23 mars 1638, in *Œuvres de Descartes*, éditions Adam-Tannery, Paris, réédition Vrin, 1996, lettre CXVI, pp. 55-62.

13. C'est ce que détaille avec précision Christoph Lüthy (Lüthy, 2006).

14. À la façon de Galilée encore aristotélicien qui dessinait des tourbillons de vent en avant et en arrière d'une boule descendant un plan incliné (Dhombres et Radelet-de Grave, 2009).

théoriques sur les gouttes, il est peu utile de le voir comme un conservatisme, quand bien même Descartes serait maintenu dans tout son calcul par Newton. Il est assez difficile également de le décrire comme une réaction, alors même que l'on pourrait juger que Newton souhaitait éviter les questions de l'atomisme.

Le deuxième exemple choisi, qui porte sur le théorème fondamental de l'algèbre et donc bien différent par l'objet en cause, peut aider à mieux cerner l'utilisation en épistémologie du « conservatisme » ou de la « réaction », sans pour autant faire perdre son intérêt au concept de postérité. C'est d'ailleurs par un effet assumé de postérité que je commence, puisque la postérité ne peut pas être une description qui tienne au seul travail de l'historien, en ce qu'elle doit relever d'un acte même d'un protagoniste savant. N'est-ce pas une des normes de l'épistémologie historique, tellement bien respectée par Michel Paty à une époque trop riche en donneurs de leçons, que de ne pas discourir en apprenant aux découvreurs ce qu'ils auraient dû penser ?

4 Quelques effets de postérité pour le théorème fondamental de l'algèbre

A l'occasion de la présentation de sa thèse en latin sur la factorisation en facteurs du premier et du second degré de tout polynôme réel en 1799, Carl Friedrich Gauss posait sa démarche comme une postérité de celle de Jean d'Alembert. Il en avait critiqué le travail d'une cinquantaine d'années plus tôt, mais moins qu'il ne l'avait fait pour d'autres auteurs comme Lagrange et parlait avec la preuve de d'Alembert de son « véritable nerf », et de ce qui lui avait donné le courage de poursuivre dans cette voie.

> Attamen hoc non obstante verus demonstrationis nervus probandi per omnes neutiquam infringi videtur. (Gauss, 1799)

Je suis sûr que la raison pour laquelle le théorème reste encore connu sous le nom de théorème de Gauss-d'Alembert, du moins lorsque l'on ne préfère pas le nommer « théorème fondamental de l'algèbre », tient à cette reconnaissance par le jeune mathématicien d'alors. Alors même qu'au long du XIXe siècle il y eut des revendications teintées de nationalisme pour n'attribuer que le seul nom de Gauss, pour rappeler l'antécédent de d'Alembert, ou encore pour faire valoir la nouvelle rigueur apportée par l'Analyse, voire pour rappeler que cette rigueur était due au Français Louis-Augustin Cauchy, qui dans son *Cours d'analyse algébrique* de 1821 donnait également une démonstration du théorème. Certes, Gauss débutait son travail par une splendide déclaration de parcours des preuves disponibles avant d'annoncer la nouveauté de sa démarche démonstrative. Elle consistait à débarrasser « de tout recours à des grandeurs imaginaires », par lesquelles il désignait non pas les nombres complexes de la forme $a + b\sqrt{-1}$ mais bien plus généralement des quantités précisément imaginées par Descartes pour factoriser un polynôme en facteurs du premier degré. L'expression qu'il combattait, l'expression « insaisissable »[15] comme il l'écrivait, était celle qui consistait à vouloir « réduire » les racines de toute équation à la forme $a + b\sqrt{-1}$. On peut parler d'un sabordage de la pensée de Descartes. En abordant la question avec la factorisation par des facteurs réels du premier ou du second degré, Gaus avait le sentiment profond de reprendre la manière envisagée par d'Alembert de ne traiter que les quantités complexes, sans « imaginaires ». De cette façon, Gauss en référait à une très jolie lutte intellectuelle, un peu avant les années 1750, entre d'Alembert plutôt isolé par son propre mode de fonctionnement à Paris et Euler à Berlin, mais en fortes relations épistolaires, notamment avec Nicolas et Daniel Bernoulli. De cette lutte, Gauss disait donc la postérité en reprenant le flambeau de la preuve de d'Alembert.

Euler poursuivait avec acharnement l'algèbre et ses méthodes d'alors, et on peut dire qu'il le faisait selon un conservatisme, même si c'était peut-être pour exprimer éventuellement les limites de telles méthodes algébriques. Euler travaillait sous l'hypothèse de Descartes de « quantités imaginaires » pas mieux définies que de savoir qu'en général on ne pouvait pas leur attribuer un signe. En fait, il reconnaissait la factorisation immédiate par un facteur du premier degré dans le cas d'un polynôme de degré impair; de la même façon, il voyait la factorisation par deux facteurs réels du premier degré lorsque le terme constant du polynôme supposé de degré pair avait un signe différent de celui du facteur de plus haut degré. Ces données, que nous rangeons en analyse parce qu'elles tiennent à des propriétés des nombres réels, étaient assumées par Euler, mais il ne cherchait ensuite qu'à faire de l'algèbre. Ce dernier résultat ne semblait pourtant pas capable de conduire à la preuve cherchée : aussi Euler envisageait-il pour un polynôme de degré 2^k la possibilité d'une décomposition en deux polynômes, chacun de degré 2^{k-1}, jouant alors de la méthode des coefficients indéterminés de Descartes. Mais, dans ce qui se présentait comme une démonstration par récurrence portant sur le nombre k, les calculs de résolution algébrique d'équations s'enchaînaient et à chaque fois, si Euler était conduit à dire qu'il ne voyait pas preuve plus éclairante que celle qu'il venait de donner, il n'en recommençait pas moins une autre pour assurer la valeur positive de certaines quantités. Est typique l'une de ses phrases :

> Or pour ce qui regarde de la solidité de la démonstration, que je viens de donner de cette belle propriété des équations, je crois qu'on n'y trouvera rien à redire, après qu'on aura bien pesé les remarques que j'y ai ajoutées. (Euler, 1740)

Justement le signe était ce dont Euler disait qu'il ne pouvait pas être le fait des valeurs « imaginaires », ni d'ailleurs celui des nombres complexes. L'espoir d'Euler était, par l'algèbre des équations polynomiales, d'avoir quand même un résultat de signe. En réaction, pourrait on dire sans gêne si d'Alembert n'avait pas écrit en premier, ou plutôt en lançant une nouvelle orientation comme Gauss le dira, le Français avait abandonné d'emblée l'idée algébrique des « imaginaires »; il se

15. « *quanquam phrasin lubricam minus probarem* », écrit Gauss au commencement de son mémoire.

lançait dans un nouveau mode de raisonnement *a priori* sur l'existence de racines, à partir des propriétés d'extension d'un calcul, celui des séries, délibérément envisagées sous leur forme susceptible de la méthode des indéterminées. Topologique avant la lettre, la méthode de d'Alembert suscitait la réaction d'Euler, sous la forme d'un reproche communautaire.

> Comme elle procède par la résolution de la valeur de x dans une série infinie, je ne sai si tout le monde en sera convaincu [16]. (Euler, 1980)

Mon but, ici, n'est évidemment pas de détailler les diverses preuves, mais à partir des études qui en ont été faites [17], de faire saisir l'avantage dans le cadre du régime académique de science d'analyser les valeurs de conservatisme ou de réaction ; elles permettent en tout cas de comprendre les hésitations dans l'appellation du théorème fondamental de l'algèbre jusqu'à nous, puisque précisément il ne put être obtenu par l'algèbre seule. Tel est bien en effet le sens de postérité que fit valoir Gauss. Ce qui ne signifie nullement que d'Alembert négligeait l'algèbre : tout à son analyse, il trouvait pourtant le moyen d'établir des propriétés assez générales d'algèbre commutative sur les polynômes, en distinguant soigneusement le calcul sur les polynômes réels de celui sur les polynômes complexes. On pourrait poursuivre d'ailleurs le récit, toujours sur le théorème fondamental de l'algèbre, en examinant les positions d'Argand et de Cauchy au début du XIX^e^ siècle. En effet, en 1806, Argand donnait une démonstration courte de l'existence d'une racine complexe en introduisant la topologie du plan réel à deux dimensions, avec un argument « direct », et Cauchy quinze ans plus tard, sans mentionner Argand, donc sans faire jouer une postérité, transformait par l'absurde la preuve d'Argand, en passant à la forme trigonométrique d'un polynôme avec la représentation polaire des nombres complexes.

D'autres effets de type politique peuvent être liés à ces deux preuves, en ce sens que la démonstration d'Argand était directe d'accès, somme toute élémentaire si l'on acceptait de saisir l'analyse en jeu et la topologie du plan avec le jeu du module, tandis que la preuve de Cauchy multipliait les calculs, bref appartenait à une preuve savante, reprenant sans gêne la terminologie du module qu'Argand avait introduite. Ce caractère savant fut accentué par la définition algébrique des nombres complexes par Cauchy. Il agissait ainsi « en réaction » à une simplification des mathématiques enseignées et exhibait le risque d'une perte de rigueur, celle que commettaient bien des collègues d'Argand ; Argand « conservait » la démarche « popularisante » des mathématiques qui avait été lancée par les cours de l'École normale de l'an III en proposant la représentation géométrique des nombres complexes qui est largement restée dans les programmes des lycées, à quelques

16. Orthographe respectée de l'original.

17. Parmi ces études, figure évidemment la publication du tome 5 des *Œuvres de d'Alembert* par Christian Gilain. Voir également le premier tome d'une série de trois par Carlos Alvarez et Jean Dhombres (Alvarez et Dhombres, 2013)

moments d'aberrations pédagogiques près voulant refaire le « coup » formel de Cauchy.

Le dernier exemple, traité de façon encore plus courte, permettra de revenir sur le débat de la présence mathématique en physique lancé par l'arc-en-ciel.

5 Comment John von Neumann fait la postérité de Hilbert pour la seconde mécanique quantique

> La nouvelle mécanique quantique est arrivée au cours de ces dernières années à une forme qui semble définitive, au moins dans ses traits les plus importants, et qu'on appelle la « théorie des transformations »; le but de cet ouvrage est d'en donner un exposé cohérent, homogène, et, autant que possible, mathématiquement rigoureux. (Neumann, 1932)

John von Neumann, qui s'exprime ainsi en 1932, explique qu'il développe « l'interprétation physique de la théorie », et il donnera le point de vue statistique au moyen des probabilités à partir d'une « formule fondamentale »(Neumann, 1932, , p. 204), selon laquelle « l'espérance mathématique de la grandeur R dans l'état φ », est égale au produit scalaire de $R\varphi$ avec φ.

$$esp(R, \phi) = \langle R\varphi, \phi \rangle$$

S'il prépare cette formule en expliquant d'entrée de jeu que son livre contient « un exposé des théories mathématiques nécessaires au développement de la mécanique quantique, à savoir la théorie de l'espace de Hilbert et ses opérateurs hermitiques », par réaction, il met de côté le livre de Paul Dirac qui, malgré son élégance,

> ne satisfait aucunement aux exigences de la rigueur mathématique, même lorsqu'on réduit ces exigences au minimum habituel requis en Physique théorique. (Neumann, 1932, p. 2)

La postérité n'est pourtant pas donnée à David Hilbert en tant que celui qui, en 1900 au congrès international des mathématiciens de Paris, et l'année même du lancement de la théorie quantique par Max Planck, avait posé comme problème fondamental celui d'axiomatiser les théories physiques, mais à l'inventeur d'un espace mathématique. Or, c'est von Neumann qui a conçu cette désignation et le mot même d'espace, Hilbert n'ayant travaillé, certes avec un rare bonheur, que sur certaines réalisations concrètes. En deux mots, en vue de la théorie récente des équations intégrales issue de Fredholm, Hilbert avait envisagé l'espace des suites à valeurs complexes $(c_n), n$ parcourant l'ensemble des entiers relatifs Z, dont la somme des carrés est intégrable, ce que l'on note $l^2(Z)$; il avait aussi envisagé l'ensemble noté $L^2(R^3)$ des fonctions à valeurs complexes, mesurables au sens de Lebesgue et dont le carré est intégrable sur un domaine, par exemple R^3 pour les besoins du récit que je poursuis de von Neumann. Ce dernier, en effet, fait état de deux théories physiques juste disponibles avant 1930, deux mécaniques quantiques si l'on veut, celle de Heisenberg usant d'un espace de configuration discret comme Z, et celle de Schrödinger, usant de fonctions d'ondes définies sur R^3, et les décrit toutes deux au moyen d'opérateurs linéaires particuliers dans $l^2(Z)$ et $L^2(R^3)$. Parce qu'il avait été établi avant le première guerre mondiale, par des mathématiciens dans l'entourage de Hilbert à Göttingen tels que Frédéric Riesz, Emil Fischer, mais aussi à Paris comme Maurice Fréchet, à partir de considérations sur la transformée de Fourier [18], qu'il existe une bijection linéaire de $l^2(Z)$ sur $L^2(R^3)$, von Neumann conclut que les deux mécaniques quantiques sont « mathématiquement équivalentes », et lance un programme : construire une

> discipline unique, réunissant les deux théories précédentes, indépendantes des caractéristiques particulières propres à chacune d'elles et ne présentant que les traits réellement essentiels de la mécanique quantique.
>
> (Neumann, 1932, p. 22-23)

Pour le réaliser, s'il appelle provisoirement « espace de Hilbert » l'espace $l^2(Z)$ des suites, il lui faut trouver « les propriétés internes structurales de l'espace de Hilbert », c'est-à-dire « l'espace abstrait » de Hilbert, qui deviendra l'espace de Hilbert tout court, celui pour lequel la mécanique quantique considère les opérateurs linéaires convenables. De fait, von Neumann postule la structure d'espace vectoriel normé complet, dont la norme dérive d'un produit scalaire et qui possède une base dénombrable [19]. Il réalise le fait que de l'espace $l^2(Z)$, que l'on pouvait considérer comme une généralisation naturelle de la géométrie euclidienne à trois dimensions, possède aussi la bonne propriété d'analyse (la propriété d'être complet, qui revient à dire que l'espace en question possède les propriétés de dualité de la géométrie ordinaire, avec l'identification d'un point de cet espace à une forme linéaire continue).

Il n'y a guère d'antécédent épistémologique à ce qu'a réalisé John von Neumann, et donc aucun conservatisme, même au sens du maintien d'un raisonnement de type géométrique à la façon euclidienne. Puisqu'il s'est agi de chercher *a priori* une unique structure mathématique, à partir de la constatation de la cohérence et de la performance de deux théories physiques distinctes qui correspondaient à deux vues certes dites complémentaires, celle de la mécanique des corpuscules, et celle de la mécanique ondulatoire. La postérité donnée par von Neumann à Hilbert est exemplaire, en ce qu'il a exploité en physique les raisons du succès même de Hilbert en mathématiques, et les a données à comprendre en mathématiques mêmes. Le succès de von Neumann est dans l'interprétation des relations dues à Heisenberg, ces si mal nommées relations d'incertitude, à partir de la non-commutation de deux opérateurs dans des espaces de Hilbert, là où Heisenberg avait, en physicien, raisonné à partir de questions de mesure et d'ob-

---

18. Si l'on considère $L^2(I)$, où I désigne un segment de l'axe réel par exemple $I = [-\pi, \pi]$ les séries de Fourier donnent aisément cette bijection avec pour c_n les coefficients de Fourier, la relation de Parseval assurant la liaison avec l'intégrale du carré de la fonction.

19. La définition actuelle est débarrassée de cette dernière limitation sur la base dénombrable, qui provient du lien avec les séries de Fourier.

servables. Peut-être le succès le plus net est-il l'obtention quasiment immédiate de ces mêmes relations à partir de la transformation de Fourier, celle qui joue dans l'isomorphisme des espaces de Hilbert concrets. Dès lors cette transformation, loin d'être un simple outil de calcul, devient un mode de représentation physique duale, du domaine de configuration au domaine des phases. A ce titre, l'espace de Hilbert peut avoir moins d'influence directe au profit d'espaces sur lesquels la transformation de Fourier est bijective, comme avec les espaces de distribution : on pourrait ainsi retrouver des propriétés de Dirac, si vite mises de côté par John von Neumann.

6 Conclusion

Les deux mots, conservatismes et réactions, ont l'avantage d'importer des éléments de politique dans la vie scientifique et en épistémologie, c'est-à-dire de gouvernement dans les idées dans leur rapport au passé, ce qu'elles lui doivent, mais aussi ce dont elles se débarrassent; l'autre mot de postérité adhère plus au monde intellectuel, en évitant la continuité directe avec le passé et pointant l'innovation. Puisque la postérité requiert un saut en reprenant une source plus ancienne, et fait ainsi ressortir ce qui est nouveau dans ce ressourcement sans que le mot passe partout de progrès, ou pire celui de révolution, ne vienne perturber les tentatives d'une analyse plus fine de ce qui a véritablement changé. Est donc avantageuse la conjugaison des trois mots pour mieux saisir la portée de certaines situations scientifiques. Mais, comme on n'aura manqué de le voir, cette conjugaison ne saurait occulter l'analyse au point de se dispenser de la lecture précise et renouvelée des textes en cause : telle reste encore la bonne tradition de l'épistémologie historique.

Je ne peux m'empêcher, au final, de relater une visite que je fis à Thomas Kuhn dans son bureau provisoire au MIT à Boston, lorsqu'il venait juste de terminer la réunion des articles de son livre, *The Essential Tension* (Kuhn, 1977), par lequel il essayait de contrecarrer certains effets du paradigme de science normale en envisageant avec brio une dialectique entre tradition et innovation. Et la conversation avec cet homme envoûtant par le débit de sa voix et sa volonté de théoriser, roula sur la réaction « impérialiste » du mathématicien André Weil tranchant à propos de travaux historiques récents sur le XVII^e^ siècle. Ce qui conduisit à discuter et Fermat et Descartes en des termes de mérites respectifs dans l'innovation de type algébrique. La contextualisation historique de telles mathématiques gênait Thomas Kuhn; il ne voulait voir qu'une posture au geste de postérité d'un Fermat parlant « selon Diophante » pour des formes algébriques qu'il conservait à la manière de Viète, et il assurait que le Toulousain agissait tout comme Descartes en une *tabula rasa* indispensable à la révolution scientifique. Il me semblait, et il me semble toujours, que si l'épistémologue peut penser ainsi à titre de simplification pour l'enseignement, et pour jouer de la valeur même d'une pensée qui doit perdre son individualité, seule la rencontre des deux auteurs Fermat et Descartes, par l'intermédiaire particulier de Mersenne, ajoutée à la contrainte de devoir s'expliquer par lettres et ainsi la mise en place de modalités d'échanges, une convivialité si l'on veut dont les formes se trouveront fixées par le régime académique, a permis, par réactions mais aussi par conservatismes des deux côtés, d'aboutir à la géométrie analytique. Cela rend mieux compte des raisons pour lesquelles on peut penser que l'invention se produisit à ce moment, et non dans d'autres circonstances. N'est-ce pas un idéal aussi de tout compte-rendu d'épistémologie historique ?

Références

Alvarez, Carlos et Jean Dhombres (2013). *Une histoire de l'invention mathématique. Vers le théorème fondamental de l'algèbre et sa démonstration par Laplace en 1795*. T. 1. Paris : Hermann.

Descartes, René (1637). *Les Météores*. Leyde : I. Maire.

Dhombres, Jean (1998). « Une histoire de l'objectivité scientifique et le concept de postérité ». In : *Cahier des Annales* 45. Sous la dir. d'Hartog Guesnerie.

— (2002). « Formes publiques de la "veille académique" au siècle des Lumières ». In : *Règlement, usages et science dans la France de l'absolutisme*. Paris : Éditions Tec & Doc, p. 265–292.

Dhombres, Jean et Patricia Radelet-de Grave (2009). *Une mécanique donnée à voir*. Turnhout : Brepols.

Dominis, Marco-Antonio de (1611). *De radii visus et lucis in vitris perspectivis et iride tractacus*. Venise : Thomas Baglionum.

Euler, Leonhard (1740). *Recherches sur les racines imaginaires des équations*. 49.

— (1980). « Lettre du 29 décembre 1746 à Jean d'Alembert ». In : *Leonhardi Euleri Opera Omnia*. T. IVA/5. Birkhäuser.

Fourier, Joseph (1835). « Éloge historique de M. le Marquis de Laplace ». In : *Exposition du Système du monde*. Paris : Bachelier.

Gauss, Carl Friedrich (1799). *Demonstratio nova theorematis omnem funtionem algebraicam rationalem integram unius variabliis in factores reales primi vel secundi gradus resolvi posse*. Helmstadt : Apud C.G. Fleckeisen.

Hermann, Jacob (1704). « Méthode géométrique et générale de déterminer le diamètre de l'arc-en-ciel ». In : *Nouvelles de la République des Lettres* XXXII.

Kuhn, Thomas S. (1977). *The Essential Tension Selected Studies in Scientific Tradition and Changes*. The University of Chicago Press.

Lüthy, Christoph (2006). « Where Logical Necessity Becomes Visual Persuasion : Descartes's Clear and Distinct Illustrations ». In : *Transmitting Knowledge. Words, Images and Instruments in Early Modern Europe*. Sous la dir. de Sachiko Kusukawa et Ian MacLean. Oxford University Press.

Maurolico, Francesco (1613). *Theoremata de lumine et umbra ad perspectivam et radiorum incidentiam facientia*. Lyon : B. Vincent.

Neumann, John von (1932). *Les fondements mathématiques de la mécanique quantique*. trad. fr. en 1947 par A. Proca de l'ouvrage allemand de 1932. PUF.

Newton, Isaac (1704). *Opticks*. Londres : Printed for S. Smith et B. Walford.

Paty, Michel (1998). *D'Alembert, ou la raison physico-mathématique au siècle des Lumières*. Paris : Les Belles Lettres.

Spinoza, Baruch (1687). *Stelkonstige Reeckening van den Regenboog*. La Hague : Levyn van Dyck.

Starobinski, Jean (1999). *Action et réaction, vie et aventures d'un couple*. Paris : Seuil.

Whiteside, Derek T. (1967-1981). *The Mathematical Papers of Isaac Newton*. Londres : Cambridge University Press.

Table des figures

L'intelligence des isothermes

Épistémologie d'une mathématisation due à Alexander von Humboldt

Jean Dhombres
Centre Koyré, EHESS, Paris

Ce texte est une réédition d'un article publié en 1999 dans *Sciences et Techniques en Perspective* sous le même titre.

1 Résumé

La question générale qui m'intéresse ici interroge la place accordée aux mathématiques dans la fabrication de la science. L'attitude post-moderne consiste à dire que la mathématique gère la modélisation. Ce qui déplace la question, puisque je ne sais pas plus la place jouée par la mathématique dans la genèse d'un modèle. Je me tourne alors vers l'histoire, et vers Alexandre de Humboldt.

Parce que les historiens et les météorologues, en le créditant de l'invention des lignes isothermes, une modélisation sommaire du climat, en font sans plus expliquer le plus mathématicien des géographes. Il y a un siècle, par les mêmes isothermes, on le voyait en fondateur de la pensée géophysicienne, et un « moderne », car un contemporain épistémologique du début du xx^{e} siècle et de la conception qu'on avait alors de la mathématique appliquée. Aujourd'hui, beaucoup voient en Humboldt le savant qui aurait fondé la pratique scientifique de l'écologie en refusant le dogmatisme mathématique. En limitant les isothermes au sens d'une simple carte, il serait devenu notre contemporain du début du xxi^{e} siècle. Je peux spécialiser la question de la façon suivante : en quoi les lignes isothermes inaugurent-elles la carte mathématisée ?

Pour comprendre la genèse mathématique de l'invention des isothermes et de la carte qu'elles permettent, pour en faire une origine qui ne soit pas seulement une hypothèse, par objectivité donc, je propose de lire l'article original de Humboldt à rebours, en parcourant les interprétations qui en furent données au cours des dernières décennies scientistes du xix^{e} siècle. Je veux aussi discuter cette façon de faire.

Si mon propos était d'épistémologie classique et historique – comprendre ou analyser (cela revient au même) l'objectivité de Humboldt en tant qu'il choisit

de s'occuper du globe terrestre comme d'un objet scientifique –, je n'aurais qu'à suivre le lieu commun du vers d'Horace adopté par tant de savants satisfaits du XVIIIe siècle : *Felix qui potuit rerum conoscere causas.* Et je verrais dans les lignes *isothermes* inventées en 1817 le sous-produit, heureux, d'une ligne réflexive critique des Lumières à la recherche des lois de la nature auxquelles une forme mathématique devait inéluctablement être associée pour faire consensus. Or, parce que je cherche une genèse, un récit plausible de la découverte de la carte numérisée, j'inverse la causalité. Et j'aboutis à l'hypothèse d'une carte inventée, un dessin numérique formalisé d'un type nouveau manifesté par les isothermes. Ce dessin a validé une réflexion de type global, et ainsi a pu fonder une géographie physique dans son objectif réductionniste [1]. Mais c'est la nature de la mathématisation particulière de la carte numérisée qui est mon objectif, avec comme interrogation ce qu'elle permit en plus. Ayant tracé la direction de mon cheminement, reste à effectuer le parcours avec le texte de Alexandre de Humboldt sur les isothermes, sans en faire une paraphrase.

Il est très conscient du rôle possible de la carte. Car il ne peut se contenter d'un relevé de nombres – l'altitude –, dans l'espace cartésien indifférencié de la carte géographique, seulement repéré par la longitude et la latitude, et dont le relevé justifie la quête savante des Lumières [2].

> L'emploi des moyens graphiques jettera beaucoup de jour sur des phénomènes qui sont du plus haut intérêt pour l'agriculture et pour l'état social des habitants. Si au lieu de cartes géographiques, nous ne possédions que des tables renfermant les coordonnées de latitude, de longitude et de hauteur, un grand nombre de rapports curieux, qu'offrent les continents dans leur configuration et leurs inégalités de surface, seraient restés à jamais inconnus.
>
> (Humboldt, 1817a, pp. 510-511)

Belle formulation, très XVIIIe siècle, d'une « curiosité » que la carte, un artifice ou *moyen graphique*, donnerait moins à contenter qu'à susciter ! Hélas, j'ai utilisé l'adjectif « belle » ; ce dernier semble interdit désormais à qui parle de la science dans son déroulement historique, et l'on ne doit voir que tâtonnements, découvertes illogiques [3] ou prétentions non tenues. Cette citation de Humboldt n'est

---

1. Je ne connais pas d'étude sur la diffusion du mot isotherme chez les géographes au XIXe siècle, l'analyse historique s'étant portée plutôt sur l'établissement des cartes de lignes isothermes, sans remise en cause de la signification de ces lignes (Horn, 1959).

2. Si l'on pense que l'invention majeure du repérage revient à Descartes, par le repérage de nature algébrique, cela laisse néanmoins une place pour l'originalité cartographique de Humboldt, avec la forme géométrique des isothermes (J. Dhombres, 2000).

3. La gageure de toute histoire des sciences est de se situer entre la reconstruction logique et épistémologique – celle que la science a effectué pour se transmettre –, la présentation héroïque – le grand style de l'histoire des sciences –, et la fouine documentaire de la micro-histoire. Une nouvelle histoire des sciences apparaît, celle qui se concentre sur un type de connaissance, au fond sur une structure cognitive, et en établit la genèse, les abandons et les enrichissements. Ici, la connaissance dont il s'agit est celle que procure la carte mathématisée.

plus mentionnée par les auteurs qui font une histoire de la météorologie, ni une histoire des mathématiques, ni une histoire de la modélisation [4]. On prête à Humboldt la facilité de la découverte par le hasard du voyage, et la subjectivité de la randonnée. Ce qui contredit *a priori* la façon dont il était connu pour son travail assidu de bureau [5]. A joué au détriment de la postérité de Humboldt une phrase adressée à M. A. Pictet dès 1796 et toujours répétée : « Je conçus l'idée d'une physique du globe » [6]. N'entend-il pas déduire cette physique de la seule carte, à la fois alibi et preuve ?

L'une des constantes de l'histoire des sciences racontée par les acteurs de la science est l'accent mis sur le travail personnel, la répétition, l'habitude sur le long terme de ressasser de mêmes idées et les mêmes formes que beaucoup regroupent sous le nom d'imaginaire scientifique [7]. Humboldt ne trouve pas les isothermes à l'âge de vingt ans, ni même à la trentaine lorsqu'il enregistre des mesures de température à l'occasion de la traversée pour son *Voyage aux régions équinoxiales* [8], mais après un long travail de cabinet. Ce travail peut être réduit à bien peu par l'historien qui juge par la seule logique du résultat obtenu, résultat qui fait connaissance banale, de simples lignes sur une carte géographique. L'autre constante de l'histoire des sciences, racontée cette fois par les historiens, est de faire appel au génie. Il y a un génie bien particulier de Humboldt, celui de l'expression, ou du style comme l'on disait autrefois pour positivement démarquer l'adéquation d'une écriture à un objet. On aperçoit mieux comment le mot *isotherme* est typique de ce style lorsque les éléments de cette adéquation disparaîtront avec le scientisme. Ce scientisme est en effet manifesté par la multiplication au début du XX^e^ siècle des lignes en « iso » en géographie, alors que ces dénominations sont nettement réduites au début du XXI^e^ siècle [9]. Je vois dans cette diminution la vraie postérité de Humboldt, et non

4. Cette citation est par contre utilisée par ceux qui font une histoire des courbes isothermes, comme Meinardus (Meinardus, 1899).

5. Je n'ai pas déroulé les différentes représentations de Humboldt en homme de science et en dandy ; les portraits si nombreux de Humboldt disent déjà la variété des images que Humboldt cherchait à laisser.

6. Lettre de Humboldt à Pictet en 1796 (Humboldt, 1865).

7. Pour évoquer les isothermes de Humboldt, un commentateur positiviste estimait en 1900 que la recherche des zones climatiques était l'une des plus vieilles habitudes de la pensée géographique : « Versuche, sich eine schematische Vorstellung von der Wärmeverteilung auf der Erdoberfläche zu machen, haben seit den ältesten Zeiten, seit den Anfängen einer beschreiben den Geographie, einen beliebten Gegenstand spekulativen Denkens gebildet » (Meinardus, 1899, voir).

8. L'édition monumentale du *Voyage aux régions équinoxiales du Nouveau Continent de Humboldt*, commença à paraître en 1807 à Paris. Une version en 13 volumes fut établie de 1816 à 1832. Il ne faudrait pas oublier cette lente maturation d'une œuvre géographique, que soulignent les biographes de Humboldt (Botting, 1988 ; Henze, 1983).

9. Il est piquant de noter que dans la deuxième édition de Brunet, l'auteur se moque des isolignes qui pullulent... et n'en invente pas moins des isoschèmes pour désigner un phénomène

dans la première multiplication. Je vais montrer que lui-même n'a sélectionné que quelques lignes, dont les isothermes, parmi beaucoup d'autres possibles. Que n'est-il allé directement à sa découverte si celle-ci n'était que de l'ordre de la logique de la carte ?

Pour parvenir à dire précisément ce qu'à pu requérir de nouveau la géographie positive, avant qu'elle ne devienne scientiste, il n'est pas facile d'oublier notre outillage mental et jusqu'aux banales habitudes de représentation cartographique, donc de connaissance organisée. Cette dernière qualification de scientisme volontiers utilisée par les premiers tenants de la géographie humaine au début du XXe siècle, ne peut qu'indiquer une réduction par rapport à la richesse géographique antérieure, et le dévoiement des possibles scientifiques du premier XIXe siècle. Le disant ainsi, on convient implicitement que cette richesse ne trouvait pas moyen de s'objectiver, et que d'une certaine façon le scientisme était une étape de rigueur [10]. Contrairement au point de vue de Comte pour qui l'étape positiviste ne pouvait qu'être la dernière. Où donc situer Humboldt, pré-positiviste, positiviste, scientiste [11], post-moderniste ?

Se contenter de parler de progrès technique ou cartographique survenant naturellement dans une démarche générale d'objectivité des Lumières, c'est réduire à une facilité mathématique l'invention des lignes *isothermes* dont Humboldt est indéniablement responsable, invention par ailleurs assez bien située dans l'air d'un temps qui découvrait l'usage des lignes de niveau en cartographie, et poursuivait l'effort séculaire d'appropriation du monde par la carte. Il faut donc appréhender d'abord la généralité que suggère le titre de l'article de 1817 qui va nous occuper, et qu'il vaut la peine de donner *in extenso* : *Des lignes isothermes et de la distribution de la chaleur sur le globe*. S'y prépare effectivement l'expression *Die Erde als Ganzes*, qui fut utilisée à la fin du XIXe siècle. Elle est aujourd'hui reprise dans les grands programmes internationaux sous le nom de globalisation. Et les spécialistes s'en méfient maintenant, y voyant l'occasion d'une supercherie ou d'une imposture scientiste, car formant un tout de physique mathématisée réducteur de l'humain.

---

essentiellement qualitatif (Brunet, 1992). La démarche de Humboldt est d'aller du qualitatif au quantitatif; c'est le quantitatif qui permet l'abstraction du qualitatif des zones climatiques.

10. Ce point de vue m'évite, nous allons voir pourquoi, les deux pièges de toute épistémologie, d'une part l'anachronisme historique d'une pensée toujours révolutionnaire quand elle est jugée après coup de progrès, d'autre part le sentiment du blasé, celui qui fait estimer que toute production scientifique ne vient pas d'un homme, mais d'une société, d'un climat, etc., et n'aurait pu être autre, quoique possiblement sous la plume d'un autre.

11. Selon le *Trésor de la Langue Française*, le mot « scientiste » ne serait intervenu qu'à la toute fin du XIXe siècle, et péjorativement pour désigner un « partisan de l'exclusivisme des sciences » selon l'expression de Romain Rolland. Le mot n'est-il pas aujourd'hui plutôt influencé par le substantif anglais, « scientist », qui ne signifie pas autre chose que « scientifique », un substantif français attesté dès la fin du XVIIIe siècle ? Et déjà dans un sens péjoratif, ainsi dans la diatribe de Marat contre les Académiciens de 1791 (J. Dhombres et N. Dhombres, 1989).

L'effort étant fait d'avoir saisi l'ambition scientifique globale [12] animant Humboldt, ne dédaignons pas le contexte, remarquablement donné par le texte de l'article, qui au contraire de la démarche dogmatique est l'histoire de la pensée d'un savant sur le climat ; on lit dans l'article la façon dont Humboldt a procédé à une critique en règle des sources qui lui étaient disponibles, et ainsi éliminé toutes les observations par lui jugées non pertinentes pour les réduire à des relevés de température. Comment qualifier cette critique systématique et cette réduction ? Est-ce vraiment cela la caractéristique positiviste ? Les isothermes seraient-elles une construction cohérente des faits thermiques recueillis ?

2 La carte mathématisée comme outil de connaissance

Contrairement à ce que le mot « isotherme » indique trop facilement, Humboldt n'a pas aligné des faits donnés par la longue observation, et quelques censeurs modernes disent même qu'il les a trafiqués pour la bonne cause de la science [13]. Annoncer le scientisme contraint en outre d'indiquer en quoi son invention a pu être dévoyée, et devenir système dogmatique *a priori*. C'est la postérité des isothermes qui a fait passer ces lignes du statut d'objet construit par Humboldt à celui de fait indiscuté. Auprès de quel domaine sa postérité serait-elle à chercher pour que l'on puisse s'exprimer ainsi ? En géographie physique, les lignes isothermes longtemps restées sont loin d'être celles de Humboldt comme nous allons voir et voir au sens propre par le dessin ; les lignes furent modifiées, relativisées, et disparaissent à peu près aujourd'hui, en tout cas disparaissent comme lignes mondiales. Doit-on parler d'un dogmatisme en *géographie agricole,* selon l'expression que Humboldt utilise au moins une fois dans son article, ou plus ouvertement en géographie végétale, le nom disciplinaire habituellement associé au sien ? En 1816 sortait le premier tome du *Nova genera et species plantarum*, après *l'Essai sur la géographie des plantes* de 1805 que la critique actuelle loue précisément pour le lien globalement établi entre climat et végétation. Mais la répartition de la végétation, selon Humboldt, confirme en partie seulement la pertinence des lignes isothermes. Pourquoi ne pas mentionner alors la thermodynamique, puisque le nom d'isotherme va être utilisé pour les gaz, avec l'équation dite semi-empirique de van der Waals. Avec cette

12. L'expression « globe entier » renforce cette idée d'une explication générale (par exemple Humboldt, 1817a, p. 511).

13. Humboldt exprime sa position par comparaison dans son article même, quand il évoque *in fine* la distribution de la chaleur à l'intérieur de la Terre. Il est cette fois sans hésitation : « je me bornerai à énoncer les faits » (Humboldt, 1817a, p. 597). Auparavant, on doit donc reconnaître qu'il exerçait plus, et organisait les faits.

extension, on voit combien il serait ridicule de parler d'une influence dogmatique de Humboldt [14].

Je ne me restreins pas en cherchant d'emblée la postérité de Humboldt et de ses isothermes dans ce que j'appelle la carte mathématisée (ce que je préciserai), avec la sélection significative de nombres que l'on associe à une forme géographique pour dire un aspect du monde. Car j'envisage cette carte comme un outil, et un outil permettant de forger des concepts. Ainsi, je ne m'enferme pas dans la seule géographie des climats, car si la division du globe en zones distinctes fut la conséquence des isothermes, celles-ci n'y suffirent pas. L'idée d'une division en zones était ancienne, et si elle fut validée par les isothermes, elle fut aussi changée, positivée pourrait-on dire, par leur utilisation.

Je ne peux non plus m'enfermer dans la météorologie, où est en jeu l'explication proprement physique de ces zones, science qui dépasse les isothermes puisque l'on doit évidemment envisager l'atmosphère dans toute sa hauteur et les courants marins que les géographes aujourd'hui ajoutent, parmi d'autres éléments, à leur utilisation des isothermes. Mais aurait-on oublié le courant de Humboldt ? Au sein même de tels domaines, je ne suis pas perturbé par la qualification « scientiste » associée à la postérité de Humboldt, puisqu'il y fit évidemment réduction et qu'il fallut des efforts pour s'en débarrasser. J'ai en quelque sorte postulé une invention pour pouvoir regarder comme un objet historique la carte numérisée, dont je sais le rôle en géographie d'aujourd'hui, géographie qui est bien la rencontre de plusieurs sciences. Ce que Humboldt ne renierait pas. Et j'ai précisé un genre dans la carte numérisée, parlant de carte mathématisée.

Du point de vue de l'histoire des mentalités savantes, on ne peut pas ne pas voir Humboldt dépasser, sans état d'âme, le rassemblement encyclopédique et même positiviste des faits, la collecte des données numériques [15] volontairement non systématisée par les Lumières en ce qui concerne la géographie des climats. Il ne reprend les textes météorologiques de Louis Cotte ou de Richard Kirwan que pour

14. Le système hiérarchisé des sciences selon Auguste Comte empêche de dire que les isothermes de Humboldt ont positivement permis les isothermes de la thermodynamique. L'histoire des sciences a encore du mal à penser des influences des sciences complexes (la géographie) sur les sciences plus simples (la thermodynamique). En parlant de géophysique, on a à peine moins de mal. Il n'est pas inutile de rappeler que les lignes isothermes de van der Waals sont des courbes du troisième degré, avec un minimum et un maximum relatifs. Elles présentent une forme mathématique *a priori*. Nous allons voir qu'il en fut de même pour les isothermes de Humboldt. Et que cette régularité de la forme des isothermes allait être abandonnée.

15. Et naturellement, Humboldt se rattache à la communauté scientifique active en citant des publications savantes, avec le même souci d'exactitude et de sélection que Cuvier à la même époque. Il y a pourtant une différence de taille : alors que Cuvier n'omet jamais la citation d'auteurs de l'Antiquité et de la tradition, Humboldt est décidément moderne, car sélectif. N'oublions pas la scission de la géographie académique de son temps. En 1802, la géographie ancienne est venue dans la classe de littérature de l'Institut, et la géographie s'insère dans la classe de sciences mathématiques (Delambre, 1988).

mieux donner les raisons de les rejeter [16]. Il montre que la loi empirique de Tobias Mayer donnant en 1755 la température comme une fonction linéaire décroissante du carré de la latitude ne saurait avoir de valeur. Car le degré latitude n'est pas la variable pertinente [17]. C'est parce qu'il estime avoir trouvé une *latitude thermique*, un succédané de la latitude, que le savant Humboldt n'est pas plus freiné par la tentation romantique de « l'à quoi bon ». Il écrit au moment où Mary Wollencraft termine son *Frankenstein* et Goethe son *Faust* : à quoi bon tenter la compréhension organisée du tout divers et vivant de la nature qui, second désenchantement attendu après la collection des espèces desséchées dans les musées, et avec plus de risques d'erreurs encore, réduirait nature ou Terre à n'être qu'une machine. Et une machine de type gigantesque analogue des machines dont les Anglais se dotaient avec succès : filatures pour une production de masse, après les avoir seulement employées à de basses besognes, comme l'évacuation de l'eau dans les mines. Un problème que Humboldt connaît puisqu'il a exercé en 1792 les fonctions d'ingénieur dans les mines de Steben, près de Bayreuth. C'est la latitude thermique qui justifie que l'on parle de carte mathématisée.

Quoique lignes mathématiques, donc fictives, les isothermes en donnant une unité au globe terrestre, et jusqu'à leur liaison avec la végétation, peuvent façonner une vue organiciste, sinon vitaliste, et somme toute écologiste de la Terre [18]. On la perçoit dans *Ansichten der Natur mit wissenschaftlichen Erläuterungen.* Humboldt y fait d'ailleurs intervenir d'autres lignes mathématiques, les lignes isobares [19]. Mais il serait difficile de dire que les isothermes ou les isobares proviennent *a priori* d'une telle vue vitaliste. Elles la permettent, sans l'impliquer. Et c'est en termes d'une telle potentialité que se pose la question de la carte mathématisée que je veux traiter, et jusqu'à ses postérités dans divers domaines. Elle génère une connaissance nouvelle, qui, une fois acquise, s'objectivise au point de pouvoir se débarrasser de la représentation dessinée. J'ai parlé d'un outil de connaissances.

---

16. 0n aurait envie d'appliquer au Père Louis Cotte le terme de scientiste, si ce texte ne tenait de la « leçon de choses », la gloire de l'école républicaine un siècle plus tard, et rarement décrite comme étant scientiste (Lazlo, 1995). Le chimiste Richard Kirwan publie *An Estimate of the temperature of different latitudes* en 1787, et est traduit en français par P. A. Adet en 1790, et Humboldt dut en entendre parler lors de son premier voyage à Paris.

17. Cette loi, ($t = a - b\, sin^2\, \phi$) avec des coefficients a et b calculés sur quelques données expérimentales par Tobias Mayer, était parue dans un texte intitulé *De variationibus thermometri accuratius definiendis* (Mayer, 1775).

18. Est explicite le titre d'un ouvrage de Julius Hann, *Die Erde als Weltkörper, ihre Atmosphäre und Hydrosphäre* (Hann, 1894).

19. A. von Humboldt, *Ansichten der Natur mit wissenschaftlichen Erlauterungen*, tome 1, p. 59. (*Profillinien isobares von einem barometrischen Messzug...*), Tübingen 1808.

3 La carte mathématisée n'est pas la représentation par diagrammes

Tout géographe qui connaît un peu l'histoire de sa discipline sait déjà l'essentiel pour les isothermes, la découverte qui est l'articulation entre une façon de représenter numériquement des effets thermiques sur une carte, et le discours sur ces effets. C'est dans cette jonction que se constituent les nouveaux concepts, et si la carte mathématisée n'est pas simple description schématisée, elle ne révèle pas *ipso facto* une causalité thermique [20]. Voit-on encore aujourd'hui cette articulation intellectuelle sur le dessin des isothermes de Humboldt, tel qu'il est reproduit à la figure 5 (p. 15) ? Je ne le crois pas. Nous subodorons seulement par leur régularité et leur entourage que les lignes isothermes présentent une cohérence de type géographique.

Pour l'analyser je vais passer par des figures qui sont des images du scientisme. C'est une façon de parvenir à une vision historique des isothermes de Humboldt. Avant toute considération de nature philosophique sur la découverte, il me faut procéder à une archéologie – un décapage –, pour pouvoir voir. Il suffira d'aller cinquante années après Humboldt.

Trois des diagrammes que j'utilise pour mon voyage vers Humboldt, sont dus à un ingénieur anglais, William Shields, qui ajoute bien sûr à son nom, FRSE [21]. En 1895, dans la fameuse série des Longmans', l'équivalent cinquante ans après des non moins fameux Roret français, cet ingénieur publie *Principles and Practice of Harbour Construction*. Il part d'une idée simple que je traduis au plus près : « le vent, en tant qu'il permet les vagues ordinaires de la mer, est l'élément majeur qui dérange la belle ordonnance rationnelle des travaux maritimes ». Réduction scientiste, le dit ingénieur ne voit qu'un seul ennemi, le vent, dont il faut se prémunir en le connaissant, c'est-à-dire en disposant de son régime. La science est conçue comme moyen de construire contre la nature ; c'est bien la fin de la marine à voile. Un diagramme est supposé montrer en un seul coup d'œil la direction principale de la force des vents sur une période aussi large que possible, un an au moins (figure 1).

Ce système de représentation n'est pas évident. La base est certes la rose des vents familière, mais sur laquelle deux dimensions numériques bien distinctes sont superposées spatialement, l'une temporelle, l'autre énergétique. Les cercles concentriques A, B, C, et D, divisent l'année en quatre zones, les quatre saisons ; une longueur plus ou moins grande perpendiculaire au rayon dans chacune de ces zones donne la « force du vent ». Elle est calculée dans l'échelle de Beaufort (12 degrés,

20. Je pars de ce savoir géographique, et n'avance pas naïvement dans l'article de Humboldt. Je refuse la position dite équilibrée, ou axiologique, où l'on serait supposé se débarrasser de tout savoir, et du coup n'en espérer acquérir aucun.

21. *Fellow of the Royal Society of Engineers.*

allant des *Light airs* au *Hurricane*). La question n'est pas celle de l'information, ou du relevé numérique qui permet ce dessin qui ne superpose aucune terminologie sur la figure. D'emblée, il est supposé fiable, scientifique donc, et non discuté : ce sont des *faits*. L'objectif est l'adéquation à la *totalité* des mesures faites. Le diagramme est objectivement compliqué dans ses conventions dûment expliquées en légende, et la forme circulaire est dénigrée pour les longueurs. Il y a en fait juxtaposition de plusieurs diagrammes dans une disposition circulaire, et rien n'est fait pour que l'on comprenne la répartition des vents dans les directions opposées, Nord et Sud. Pourtant, comme dans tout diagramme, s'offre la simplicité d'une appréciation globale pour un phénomène par nature fluctuant, la répartition des vents en un lieu géographique donné. La forme du diagramme, sa lisibilité, fournit irrésistiblement l'indication d'une loi, la loi du vent qui caractériserait tel endroit de la Terre.

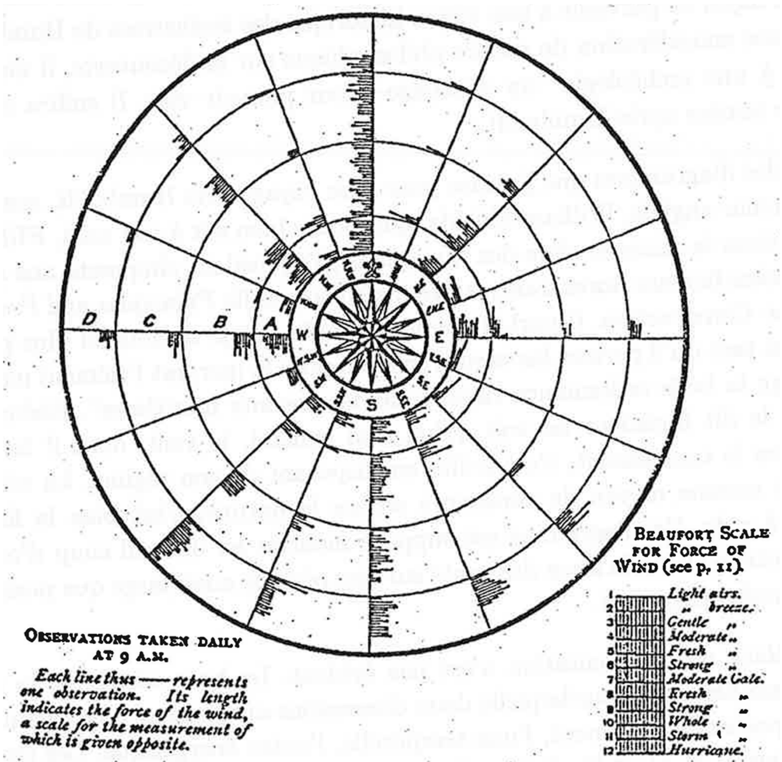

FIGURE 1 – Diagramme du vent à Peterhead en 1888, la zone A représente janvier, février et mars, et ainsi de suite. En légende, l'auteur ajoute des explications pour la représentation, et même un second diagramme pour faire comprendre l'échelle de Beaufort.

Une telle intégration des diagrammes est inconcevable chez Humboldt inventant les isothermes. Non qu'il manque de données – il parlera d'un grand nombre de mesures de température –, mais une loi locale ne saurait exister à ses yeux. Avant du moins qu'on ne se soit mis d'accord sur la signification des chiffres représentés, sur leur valeur scientifique et sur toute la sélection qu'il faut opérer pour les obtenir : s'il s'agit d'une moyenne, est-ce un artéfact ? Peut-elle constituer un *élément numérique*, et c'est le mot qu'il affectionne (Humboldt, 1817a, p. 602). Le mot « élément » signifie « fondamental », comme en mathématique. C'est une base de départ sur laquelle il faut s'accorder, et qui conditionne tout le reste, et donc l'objectivité du géographe. Un élément numérique, pour Humboldt, résulte d'une étude critique, qui par l'observation et le raisonnement en établit la valeur. Elle n'en donne pas le sens.

C'est à la carte mathématisée de donner ce sens. La plus large partie du texte de Humboldt est donc consacrée à discuter les *éléments numériques* à partir desquels se constituent les isothermes. La question est de savoir en quoi le relevé de températures renseigne sur des échanges de chaleur. Ces lignes, parce qu'elles ont une forme, et je n'ai pas encore dit qu'il s'agit d'une forme mathématique, donnent après coup un sens à la collecte numérique qui a dû être organisée. Au lieu que le diagramme de Shields est une sténographie, un moyen imaginé de ne rien perdre d'une information numérique indiscutée. Le comportement local du vent à la Shields est un accident, dirait Aristote ; la division espérée par les isothermes une connaissance du monde, et si celle-ci requiert les annotations de la figure en plus du dessin, il n'est pas besoin d'une légende comme chez Shields, car la mathématique la pourvoit automatiquement. Il y a des mathématiques dans la figuration des isothermes ; il y a juste un résumé graphique imposant multiplicité de diagrammes chez Shields.

Mais voyons cinq ans plus tôt, en 1883, un autre ingénieur, Français cette fois et se revendiquant Breton, ingénieur en chef des Ponts et Chaussées chargé du port de Saint-Nazaire, René Pocard Kerviler, qui donnait lui aussi une représentation des vents pour le bassin à flot du port atlantique achevé depuis trente ans. Cette station devait recevoir de nouveaux et importants aménagements que l'État acceptait de financer. Le diagramme de l'ingénieur avait une signification générale, et l'avantage était de faire voir d'un coup d'œil, à partir de la rose des vents, mais non standard, l'Est en haut par exemple. L'objectif était le bon emplacement du port : quelques lignes droites sont dessinées qui correspondent aux alignements que doivent suivre les navires à *l'atterrissage*, comme l'on disait alors, et une annotation l'explique à même la figure. Elle présente en traits gras les quatre directions cardinales du repère, en traits brisés les quatre orientations intermédiaires (SE, etc.), et en pointillés la direction générale du chenal de Loire ou encore le dernier alignement de l'estacade du Sud. La partie numérique a été donnée séparément par Kerviler et sous la forme d'un tableau de nombres. Le dessin est propagande à l'intention de ceux qui n'ont pas la patience de lire des tableaux numériques ; la forme patatoïde des deux courbes dessinées ne donne pas une loi de la nature. Le dessin fait valoir le bon choix des ingénieurs des Ponts et Chaussées ayant réussi, contre vents et marées politiques si j'ose dire, à fixer la situation du port atlantique en aval de Nantes, bientôt en rival de l'ancienne ville portuaire. Pas de tromperie de la part de l'ingénieur : il s'agit d'être vrai en choisissant la bonne rhétorique.

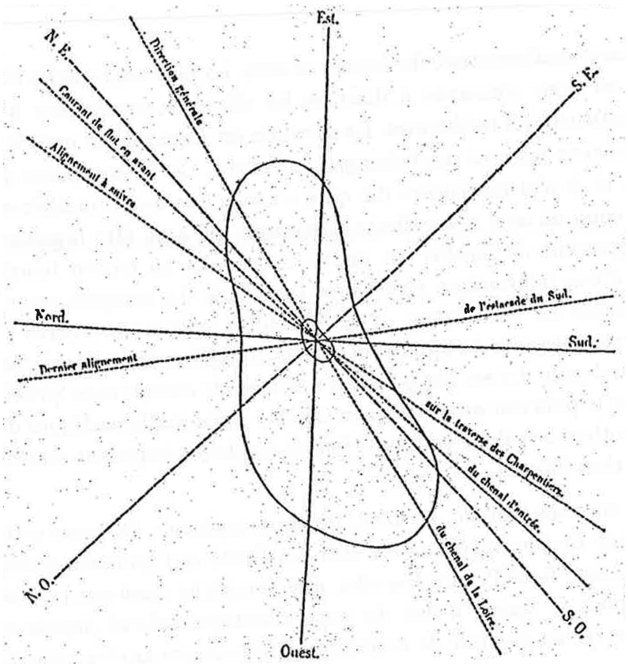

FIGURE 2 – Diagramme du vent à Saint-Nazaire en moyenne sur 22 ans, selon le nombre de jours. La courbe extérieure est celle des vents de toute l'année, et la courbe intérieure est celle des vents forts.

Humboldt n'a nul besoin d'une rhétorique de publicité puisque, pour sa publication, il adoptait les *Mémoires de la Société d'Arcueil*, un lieu de science « pure », c'est-à-dire désintéressée, au sens d'une connaissance n'allant pas *a priori* dans le sens espéré par les professionnels. Et cela signifie que la connaissance y était aussi délivrée du carcan académique, c'est-à-dire des professionnels de la théorie. Humboldt donnait certes de nombreux tableaux numériques, mais ceux ci n'étaient pas réduits à une seule colonne. Se pose évidemment la question de la température relevée, les extrêmes, l'heure du relevé, des moyennes ? La juxtaposition des colonnes, une sorte de discussion rendue visible, faisait ressortir *l'élément numérique* à retenir. Il ne donnait certainement pas les cent vingt-sept mille observations thermométriques[22], ne serait-ce que parce que pour établir les isothermes il lui fallut nécessairement procéder par interpolation. Les chiffres de température sont des relevés effectifs à la position géographique, et non les isothermes. Et les lignes d'égale température ne sont données que pour certaines températures. Le matériau numérique a dû être mathématiquement travaillé, et le plus simple est l'interpolation linéaire selon la latitude. Le vocabulaire même montre ce travail : il est tou-

22. Ludwig Friedrich Kämtz, le premier successeur de Humboldt à dresser une carte des isothermes en 1832, utilise les résultats de 145 stations météorologiques.

LIEUX	LAT.	T1	T2	Δ	OBSERVATIONS
Cumana	10°27'	26.7	29.5	2.4	Vents alizés non interrompus.
Pondichéry	11°55'	24.5	33.0	8.5	Moussons. Rayonnements des sables.
Manille	14°36'	20.0	30.5	10.5	Moussons.
Vera Cruz	19°11'	21.1	27.6	6.5	Vents du N. en hiver.
Cap-Français	19°46'	25.0	30.0	5.0	Vents alizés, non interrompus.
Havane	23°10'	21.1	28.8	7.7	Vents du N. en hiver.
Funchal	32°37'	17.8	24.2	6.4	Climat des Iles.
Natchez	31°28'	8.3	26.0	17.7	Bande transatlantique. Intérieur.
Cincinnati	39°6'	-0.8	23.6	24.4	Même système de climats.
Pékin	39°54'	-4.0	29.0	33.0	Bande de l'Asie orientale.
Philadelphie	39°56'	-1.2	25.0	26.2	Bande transatlantique, côtes orientales.
New-York	40°40'	-3.7	27.1	30.8	*Idem.*
Rome	41°53'	+5.6	25.0	19.4	Bande cisatlantique.
Milan	45°28'	+1.0	24.0	23.0	Intérieur des terres.
Bude	47°29'	-2.4	22.0	24.4	*Idem.*
Paris	48°50'	+1.7	21.0	19.3	Plus près des côtes occidentales.
Québec	46°47'	-10.0	23.0	33.0	Bande transatlantique. Côtes orientales.
Dublin	53°21'	+3.1	15.7	12.6	Bande de l'Europe occident. Climat des Iles.
Edimbourg	55°57'	+3.5	15.2	11.7	*Idem.*
Varsovie	52°14'	-2.7	21.3	24.0	Intérieur des terres.
Pétersbourg	59°56'	-13.0	18.7	31.7	Europe orientale.
Cap-Nord	71°	-5.5	8.1	13.6	Climat des côtes et des Iles.

TABLE 1 – Un tableau typique à plusieurs colonnes de l'article de 1817 de Humboldt sur les isothermes. T1 : température moyenne du mois le plus froid ; T2 : température moyenne du mois le plus chaud ; Δ : différence entre les deux données précédentes.

jours question de chaleur, alors que les relevés numériques bruts ou corrigés sont des températures. De sorte qu'il faut ajuster le relevé à ce qui devrait être mesuré.

Ce qui fait culture scientifique chez Humboldt, c'est qu'il a distingué chaleur et température, une distinction conceptuelle qui n'était acquise que depuis quelques décennies, et qui est fondamentale chez un Fourier[23]. Cette distinction revient à dire que des nombres ne sont pas *ipso facto* des concepts, et qu'une carte numérisée n'est pas nécessairement une carte mathématisée.

Le tableau suivant (table 1) est encore insuffisant, car trop résumé, et on ne comprend vraiment le travail de Humboldt qu'en regardant l'extrait d'un tableau plus développé (figure 3, p. 13). On devine alors que si ce tableau complet conduit aux isothermes, il les exploite aussi bien. C'est ce qui nous reste à expliquer. Car c'est la forme mathématique contenue dans les isothermes qui permet effectivement l'exploitation géographique du tableau.

Pour cette explication, nous poursuivons la fouille archéologique des images fournies par le scientisme, dont on aura compris le rôle de faire-valoir pour la méthode humboldtienne.

23. Fourier rédigeait alors à Grenoble vers 1805-1806 l'essentiel de la *Théorie analytique de la chaleur*, parue en 1822 seulement, et allait vers 1808-1809 justifier son travail à Paris auprès de Laplace notamment. Il est vraisemblable qu'il ait discuté avec Humboldt à cette époque.

BANDES isothermes.	NOMS des lieux.	Position en : Latitude.	Position en : Longitude.	Position en : Hauteur en toises.	Température moyenne de l'année.	Partage de la chaleur entre différentes saisons : Température moyenne de l'hiver.	Température moyenne du printems.	Température moyenne de l'été.	Température moyenne de l'automne.	Maximum et Minimum : Température moyenne du mois le plus chaud.	Température moyenne du mois le plus froid.	REMARQUES.
Bandes isothermes de 0° à 5°.	Nain.	57°.8'	63°.40' O.	0	− 3°,1.	− 18°.	− 4°,5.	+ 9°,1.	+ 0°,8.	11°.	− 24°.	Côtes du Labrador. Deux années d'obs. Glaces flottantes vers l'est. Système de climat transatlantique. Tempér. moy. d'octobre + 0°,4 ; novembre − 5°.
	Enontekies. ⊙ ..	68.30	18.27 E.	226 t.	− 2,8	− 17,6	− 5,9	+ 12,7	− 2,6	15,3	− 18,1	Centre de la Laponie. Système de climat europ. Belle végétation. (Juin 9°,7. Juillet 15°,3. Août 13°,5. Sept. 5°,4. Oct. − 2°,5. Nov. − 10°,9.) Intérieur des terres. Type d'un climat continental.
	Hospice du Saint-Gothard.	46.30	6.3 E.	1065 t.	− 0,9	− 7,6	− 5,1	+ 7,2	− 0,1	7,9	− 9,4	Onze ann. d'obs., calculées de nouveau par décades par Wahlenberg. Therm. vérifié par Saussure. Temp. moy. de 7 mois de l'année au-dessous de 0. Vents d'Italie en hiver. Min. observé en hiver − 18°. En août à midi, maxim. à l'ombre 12°,5. Les nuits d'août souvent de + 1° à − 1°,5 La temp. moy. d'octob. − 0°,5 représente celle de l'année entière. Au col de Géant, haut. 1763 t., temp. moy. de juillet + 2°,5. On trouve la temp. moy. zéro en Europe, par les 45° de lat., à 900 t. de haut., au parallèle des îles Canaries, à 2050 toises dans les Andes sous l'équateur, à 2750 toises.
	Cap Nord. (Ile Mageroe.) ...	71.0	23.30 E.	0	+ 0,0	− 4,6	− 1,3	+ 6,3	+ 0,1	8,1	− 5,5	Buch, *Voy. en Norw.*, T. II, p. 416. Type d'un clim. des îles et des côt. dans le N. de l'Europe. Avr. − 1°,1. mai + 1°,1; oct. 0°; nov. − 3°,4. (A Alten, lat. 70°. Temp. moy. de juillet 17°,5. Climat continental.)
	Uleo. ⊙.	65.3	23.6 E.	0	+ 0,6	− 11,2	− 2,7	+ 14,3	+ 2,2	16,4	− 13,5	Finlande. Côtes orientales. (Mai 4°,9. Juin 12°,8. Juillet 16°,4. Août 15°,7. Septemb. 8°,1. Octobre 3°,7. Nov. − 4°,1.) Julin et Buch.
	Uméo. ⊙.	63.50	17.56 E.	0	+ 0,7	− 10,6	+ 1,0	+ 12,7	+ 0,8	17,0	− 11,4	Côtes orien. de la Westro-Botnie. Dr. Naezen. Mars − 4°,9. Avril + 1°,1. Oct. + 3°,4. Nov. − 4°,1.
	Pétersbourg. ⊙.	59.56	27.59 E.	0	+ 3,8	− 8,3	+ 3,4	+ 16,7	+ 3,7	18,7	− 13,0	Euler. (Tempér. moy. de l'année 3°,3. Inochodzow. *Act. Petr.*, T. XII, p. 519-533.)
	Drontheim. ...	63.24	8.2 E.	0	4,4	− 4,6	1,8	16,3	4,5	18,3	− 6,9	Deux années. (Berlin, dans les *Mém. de l'Acad. de Drontheim*, Tom. IV, pag. 216.) Avril + 1°,3. Mai 10°,4. Oct. 4°,0. Nov. − 2°,4. Climat des côtes occid. de l'Europe.
	Moskou.	55.45	35.12 E.	145 t.	+ 4,5	− 11,8	+ 6,7	+ 19,5	+ 3,5	21,4	− 14,4	Quatre années. *Journ. de Phys.*, T. XXXIX, p. 40. Climat continental. Hiver plus froid, été plus chaud qu'à Pétersbourg. Est de l'Europe. Élévation du sol d'après Stritter (Chamouny, lat. 46°.1'; long. 3°.45' Est; hauteur 528 toises; temp. moy. 4°).
	Abo.	60.27	19.58 E.	0	+ 4,6	− 6,2	+ 3,5	+ 16,6	+ 4,8			Douze ann. Kirwan. (Cotte, t. m. de l'an. 5°,1; celle de l'été 19°,7 trop forte.) Côtes occid. de Finlande.

FIGURE 3 – Extrait d'un tableau complet de Humboldt conduisant aux isothermes, mais aussi bien les exploitant.

4 La forme comme savoir

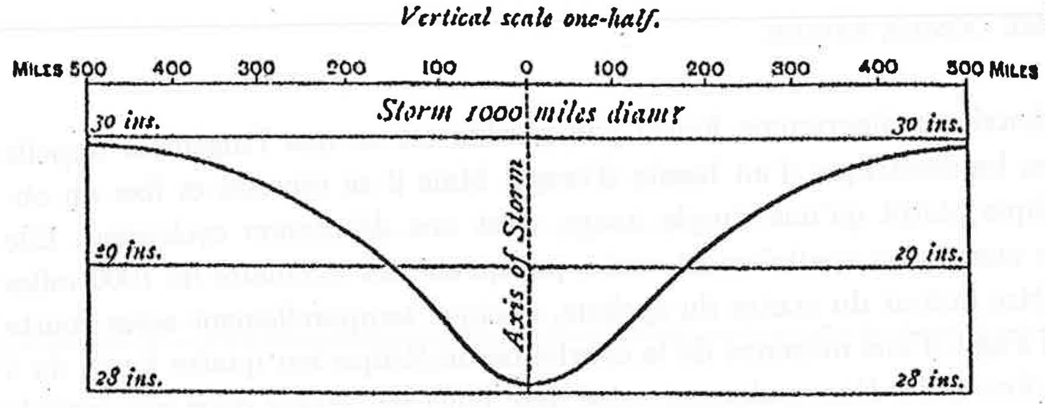

FIGURE 4 – Diagramme de la courbe barométrique moyenne au travers du grand ouragan de Cuba, prise transversalement à son déplacement du 4 au 7 octobre 1844.

Un deuxième diagramme fourni par Shields est ce que l'ingénieur appelle la section barométrique d'un bassin d'orage. Mais il se reprend et fixe un objet physique plutôt qu'une simple image, c'est une *dépression cyclonique.* Elle concerne une région spatialement vaste, puisqu'elle est circulaire de 1000 miles de diamètre autour du centre du cyclone, quoique temporellement assez courte puisqu'il s'agit d'une moyenne de la courbe barométrique sur quatre jours, du 4 au 7 octobre 1844. Non seulement cette date nous fait entrer dans une période où vivait Humboldt, et il achevait l'écriture en allemand de son célèbre *Cosmos* à paraître l'année suivante, animé d'une ambition de couverture globale. Mais surtout la courbe en cloche du diagramme (figure 4) est reprise d'une méthode de William Reid dans *An Attempt to develop the laws of Storms, by means of facts.* Le titre, plus long encore (Reid, 1838), indique la nature de l'ambition scientifique positiviste de l'auteur, avec la recherche d'une régularité générale et intemporelle dans le phénomène du cyclone, et donc sa loi, susceptible d'applications pratiques à la navigation [24]. Le travail de Reid n'est pas inscrit dans la connaissance géographique, et pourtant la belle régularité de la courbe présente l'irénisme de la théorie pure. On constate que les indications écrites sur la figure sont redondantes par rapport au repère purement cartésien choisi, évidemment réducteur pour un phénomène se déroulant à la surface de la sphère terrestre, donc dans toutes les directions. Les ordonnées donnent en pouces le niveau du baromètre ; on doit parler d'un diagramme en

24. Le nom de courbes isobares était déjà utilisé par Humboldt, mais Shields préfère parler de courbe barométrique moyenne ; on fit aussi intervenir des courbes isallobares (un gradient de pression). De telles courbes sont évitées par Humboldt comme nous allons voir. Aujourd'hui, les géographes veulent que le système des isobares soit norvégien d'origine, datant des années 1920. Ce qui est de conception norvégienne, c'est la représentation systématique des courbes avec des lignes directrices du vent pour les orages.

faisant valoir le dessin non vraiment comme une coupe, mais comme valide dans tous les plans de coupe disponibles. Et d'ailleurs le mot *diameter* sur le dessin rappelle ce fait. La seule propriété vraiment mathématique est celle de la courbe en cloche, ou encore celle de la loi de Gauss ou répartition normale. Et le lecteur sait qu'un modèle a ainsi été trouvé pour le cyclone, assimilé à une dépression cyclonique ; il sait que s'il ne doit venir aucune explication physique quant à ce modèle, le cyclone particulier est néanmoins réduit aux paramètres qui déterminent la loi de Gauss, moyenne (centre du cyclone) et écart-type. La dépression est statique.

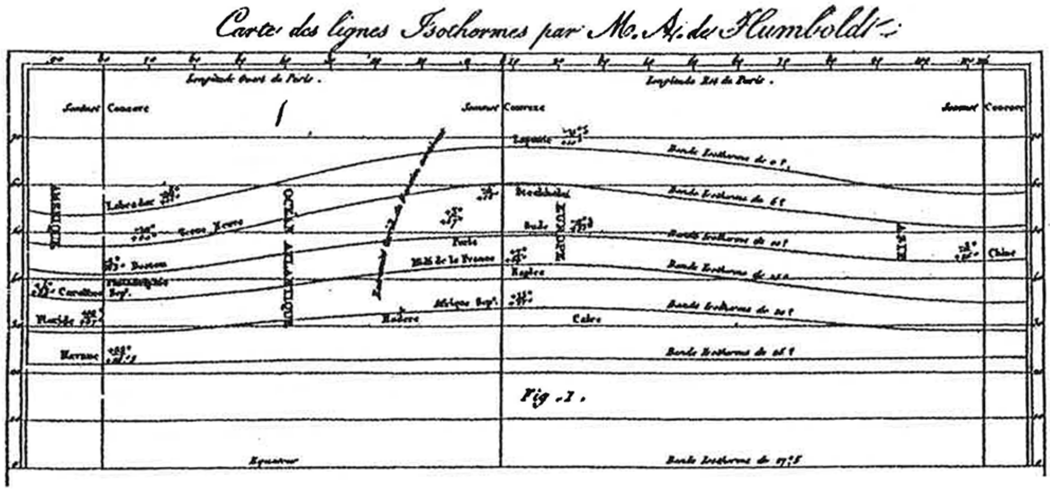

Figure 5 – Les courbes isothermes de Humboldt dans son article de 1817. Ces courbes remplacent visiblement les lignes droites parallèles des latitudes.

Dans l'article de 1817, on voit une régularité de courbe qui est fort semblable au diagramme du cyclone, et des annotations écrites faisant dessin (figure 5). Elles ne sont pas toutes redondantes, car le système de référence (le quadrillage redondant) n'implique pas les isothermes : il les cadre. Les parallèles servent de faire valoir aux isothermes. Les longitudes, trois droites seulement, fixent l'espace géographique envisagé, mais ne servent pas comme un damier géographique. En effet, les tracés des côtes continentales ne sont pas figurés : juste une phrase, en arrondi, fixe l'extrémité occidentale de l'Europe, alors que les océans sont verticalement nommés comme occupant l'espace géographique. Des noms de villes ponctuent cet espace, et quelques nombres surplombent certaines courbes. Il faut alors contredire la stricte analogie de forme avec la deuxième figure de Shields pour voir qu'avec les isothermes il s'agit d'une carte mathématisée : c'est une famille de courbes qui se voit, toutes sauf une, celle de l'isotherme de 27°5, présentant des concavités et des convexités. Ces courbes n'ont pas une forme en cloche, car il y a relèvement, et un dynamisme ondulatoire de la figure qui devrait se poursuivre si toutes les longitudes (axe horizontal) étaient disponibles. La figure de Humboldt dit à la fois l'insuffisance de la collecte d'informations (manque en longitude), et la poursuite possible de la régularité. Elle dit aussi, par sa régularité, que le choix des moyennes ou des relevés adoptés comme températures est relativement indifférent.

Car ce sont ces formes déployées qu'exploite Humboldt, usant sans affectation d'un vocabulaire mathématique pour les décrire. Il n'utilise aucune équation, alors même que la géométrie analytique de son temps renchérissait sur le privilège de l'équation par rapport au dessin [25]. Il s'agit bien de formes pour Humboldt ; les lignes isothermes sont établies tous les cinq degrés de température pour l'hémisphère nord [26] (et pas pour toutes longitudes) et elles délimitent des bandes. Le nom est lu sur la figure même : *bandes isothermes*. Ces bandes remplacent les latitudes. La carte mathématisée est celle des latitudes thermiques en ce qu'elles déterminent des zones.

Il ne faut pas rater la « loi de la nature » qui est observable à l'œil sur la carte mathématisée : c'est l'aplatissement des courbes sur la ligne de l'Équateur, avec laquelle coïncide la bande isotherme de 27°5, et le relèvement vers le Nord en Europe, avec l'affaissement dissymétrique en Amérique et en Asie. Ce sont les *inflections* des lignes isothermes qui font loi, et la signification du mot, orthographié aujourd'hui inflexion, est double : mathématique bien sûr (il y a des tangentes d'inflexion calculables là où il y a changement de concavité, la courbe passant d'un côté à l'autre de la tangente), mais elle est aussi commune par le changement du bombé de la courbe. L'une ne contredit pas l'autre, et la première quantifie la seconde [27]. Il n'y aura pas d'autre calcul. C'est une forme de régularité ondulante qui est décrite. Voilà ce que l'on peut dire pour cette carte qui bien sûr est numérisée en ce qu'elle utilise des nombres, mais est mathématisée car elle classe des propriétés de formes géométriques. Ce n'est pas cela qui est resté de l'invention de Humboldt, comme nous le verrons bientôt.

Alors que c'est là, sans aucun doute, le style propre de Humboldt, et s'il n'a pas dessiné le tracé forcément irrégulier des côtes des continents, pourtant mentionnés sur la carte avec les océans, c'est qu'il aurait créé une discontinuité dans la représentation, face à la régularité des isothermes. Cette absence masque donc le travail avec les latitudes pour effectuer le tri et les corrections numériques sur les observations effectivement faites. La figure des isothermes n'est pas un décalqué du tableau, et n'est pas un diagramme. Cela reste fondamentalement une carte,

25. Il faut attendre le *Traité élémentaire de géométrie analytique à deux ou trois dimensions*, publié par Auguste Comte en 1843, pour trouver une critique de l'analytique des équations et entendre revendiquer comme programme l'établissement d'un lien net entre la forme d'une courbe et son équation (J. Dhombres, 2001).

26. Humboldt ne dispose pas de données fiables pour l'Asie méridionale, ou l'Afrique, et n'utilise donc pas ses propres données sur une partie de l'Amérique du Sud. Il est rare qu'un voyageur consente à ne pas utiliser ses carnets d'observations, mais c'est cela même la rigueur positiviste.

27. Humboldt n'est pas ignorant des mathématiques ; à Paris, il avait suffisamment d'amis mathématiciens pour lui donner toutes les explications nécessaires sur ce qu'est un point d'inflexion sur une courbe. Il est néanmoins surprenant qu'il ait gardé l'écriture *inflection*.

c'est-à-dire une distribution de l'espace géographique selon un critère scientifique. Celui de la carte normale est le critère du repère (latitude/longitude), celui des isothermes est le critère des échanges de chaleur mesurés par des températures. Une carte suscite des lectures.

Gravé par Adam pour les *Annales de chimie et de physique,* ce dessin (figure 5) est une première intellectuelle, et le géographe sait la faire valoir : *Carte des lignes isothermes par M. A. de Humboldt* est-il écrit en lettres rondes au-dessus du cadre numérisé. Sa signification générale comme loi et comme forme régulière a pourtant largement disparu des manuels de géographie aujourd'hui. N'ont pas disparu les isothermes dans les manuels élémentaires, et encore moins le discours descriptif les accompagnant. Avec les bandes isothermes, il y a le resserrement vers les 45° de latitude nord, la chaleur plus grande dans les hautes latitudes des façades Est, dans les façades Ouest des continents et l'inverse de ce comportement pour les basses latitudes [28], etc. Tout ceci, et bien plus, aujourd'hui encore expliqué en ces termes par les géographes, fait l'objet du long texte de l'article de Humboldt, mais je n'ai pas besoin de le reprendre ici, n'entreprenant pas une histoire du raisonnement géographique. Aussi, il me suffit de citer quelques lignes de Humboldt pour une explication de géographie humaine qui porte sur les 40° et les 45° de latitude, et le privilège « naturel » et non « historique » de l'Europe qu'il pourvoit. La forme du raisonnement est en trois temps, mais ce n'est pas un syllogisme. C'est une suite d'implications logiques, à la manière mathématique. La première étape est celle de la carte mathématisée, la seconde tire une conséquence quant à la variété de la production agricole, la troisième et dernière étape établit ce que l'on peut en déduire sur l'organisation humaine, une conséquence qui est longuement développée. Parce que la dernière étape est introduite pas un « or », conjonction qui rappelle le syllogisme, on peut convenir que la rhétorique est maintenue pour le discours proprement géographique, ainsi distingué du discours positif.

> Nulle part ailleurs sur le globe, en avançant du Nord au Sud, on ne voit accroître plus sensiblement les températures ; nulle part aussi, les productions végétales et les objets variés de l'agriculture ne se succèdent avec plus de rapidité. Or, une grande différence dans les productions des pays limitrophes, vivifie le commerce et augmente l'industrie des peuples agriculteurs.
>
> (Humboldt, 1817a, p. 504)

Le raisonnement n'est pas un européocentrisme, puisque le géographe a pris soin de voir en général, se débarrassant de « considérer le centre de la civilisation primitive de l'Europe comme le type des lois qui gouvernent le globe entier »

28. Il pourrait être intéressant, au titre d'une histoire du style scientifique en géographie, de suivre les mots mêmes de Humboldt à propos des isothermes, une fois que l'on a compris que la forme de ces courbes est liée à des phénomènes de climat : « inflexion » qui est très mathématique, « relèvement » ou « resserrement » qui fait plus géographe, « convergence » qui reste connoté par la cartographie, etc. Je me suis contenté de reprendre les expressions d'un manuel de géographie physique pour la classe de Seconde des années 1960, dû à M. Ozouf et Pinchemel, dont j'ai aussi repris les cartes des isothermes.

(Humboldt, 1817a, p. 602). N'est-ce pas ce qu'on appelle l'objectivité, ou en tout cas sa représentation ?

Comprenons bien : une isotherme, pour Humboldt, n'est pas une loi de la nature, quoiqu'elle ait été obtenue avec des éléments numériques fiables et travaillés et non de simples relevés d'observation. Ce sont les *bandes isothermes* qui, par leurs relations et leurs situations respectives, donc en tant que système de courbes, créent *ipso facto* une classification géographique en zones, et ainsi un vocabulaire systématique. Ces bandes sont non seulement analogues aux bandes de latitude, représentations par des lignes droites sur une carte ordinaire des cercles terrestres, mais parce qu'elles ne coïncident pas avec les parallèles, et quand il s'agit de diviser la Terre en grands types de climats, la largeur des bandes n'est pas égale à la surface du globe. Ce qu'aujourd'hui les géographes appellent les *zones thermiques* du globe (zones intertropicale, subtropicale, tempérée, froide et polaire), et qu'ils posent le plus souvent *a priori*, les isothermes étant plus utilisées à titre de conformation que de confirmation. Humboldt parle de « rapports numériques », c'est un vocabulaire mathématiquement obsolète en 1817 pour évoquer les fonctions que ces courbes représentent. Mais l'avantage est un style, puisque la carte des isothermes passe des « éléments numériques » sélectionnés aux « rapports numériques » qui font la forme de la répartition de la chaleur.

> ... le but principal de ce Mémoire est de fixer, d'après de bonnes observations, les rapports numériques entre les quantités inégales de chaleur distribuées sur le globe. (Humboldt, 1817a, p. 514)

Une réflexion épistémologique est conclusive :

> La plupart des phénomènes de la nature, offrent deux parties distinctes : l'une qu'on peut soumettre à un calcul exact ; l'autre qu'on ne peut atteindre que par la voie de l'induction et de l'analogie. (Humboldt, 1817a, p. 545)

On croirait entendre un compromis passé entre Diderot et d'Alembert, deux esprits qui ont marqué Humboldt, jeune homme nourri par le XVIII^e^ siècle rationaliste. Il y a reconnaissance du fait que les mathématiques ne peuvent régir la géographie qui n'en a pas moins la possibilité de devenir une science, lieu d'exercice de l'induction et de l'analogie, ces formes du raisonnement qui sont autres que la logique mathématique. Ce sont toutefois des formes mathématiques qui sont utiles pour guider ces analogies.

5 Postérité des isothermes

La régularité même permet à Humboldt d'utiliser les isothermes pour faire des prédictions, et dans une démarche scientifique d'utilisation d'un instrument de pensée pour ce qui n'a pas encore été correctement observé. Il vit une époque où toute la Terre n'est pas explorée, et venant de décrire les isothermes de l'Europe jusqu'aux provinces atlantiques du Nouveau Monde, exprime :

> Tâchons, à présent, de poursuivre ces courbes vers l'Ouest... il n'est pas douteux qu'elles se relèvent au-delà des Montagnes Rocheuses, sur les côtes opposées à l'Asie, entre les 35° et 55° de latitude [29]. (Humboldt, 1817a, pp. 504-507)

Il serait pourtant inexact de lire un Humboldt *poppérien*, confrontant sa découverte des isothermes avec les mesures américaines de température. L'intérêt des isothermes est dans la délimitation des zones climatiques, donc la confirmation d'un concept géographique qui est ainsi renouvelé. Et la postérité se décrit par trois cartes des isothermes successivement établies. Sur la première carte, datant de 1830 (figure 6), on vérifie la prédiction de Humboldt, et voit se compléter l'œuvre du géographe à mesure que le nombre des stations de météorologie augmente ; la régularité est autant au rendez-vous. Sur la deuxième carte, datant de 1852 (figure 7), l'hémisphère Sud ne se lit pas comme symétrique du Nord. Sur la troisième carte, de 1930 (figure 8), est patente l'irrégularité des courbes dessinées sur un fond de carte géographique elliptique, fond dont Humboldt n'avait pas besoin. Certaines isothermes font même une boucle, par exemple en Afrique équatoriale ou en Australie. Ceci est contraire à l'allure voulue par Humboldt, et contredit sa loi des latitudes thermiques. La dernière carte, de 1967 (figure 9), voit l'abandon des isothermes en tant que réseau de courbes, mais la délimitation des zones climatiques se fait sur certaines de ces lignes. D'autres facteurs sont ainsi venus contribuer à délimiter ces zones, et les isothermes sont complétées, mouvement qui paradoxalement élimine bien des isothermes mais rend certaines intelligibles dans un nouvel ensemble des échanges thermiques à la surface du globe. Cette carte, une répartition en zones climatiques, n'étaitelle pas l'objectif ultime de Humboldt pour qui les seules températures, autant pourvoyeuses de la carte mathématisée qu'elles aient été, représentaient une simplification du réel.

Que les isothermes seules ne puissent pas correctement distribuer les zones climatiques est fort bien expliqué par Humboldt, et il critique directement ses résultats, à peine ceux-ci obtenus avec les formes d'un dessin général des isothermes. Il fait appel aux informations des voyageurs, à la géographie classique d'alors, ou plutôt à celle revisitée par Volney qui est son mentor pour l'Amérique et pour la méthode d'observation (Volney, 1803). Il ne faut certainement pas abandonner ces lignes qui ont prouvé leur utilité générale et théorique, mais les compléter. En tenant compte de la distribution effective de la chaleur selon les saisons, alors que l'isotherme n'est qu'une moyenne, n'est qu'un artifice numérique de température. Ainsi l'exige la poursuite de la réflexion sur la valeur des informations numériques qui a permis les isothermes, envisagées comme bandes de courbes, pour lesquelles sont dès lors significatifs les resserrements et les élargissements, appelés rapports numériques. Commence une nouvelle phase de dépouillement et d'abstraction. Cette phase est intéressante.

29. J'ai regroupé deux phrases et omis un bout de texte pour montrer la continuité d'un raisonnement.

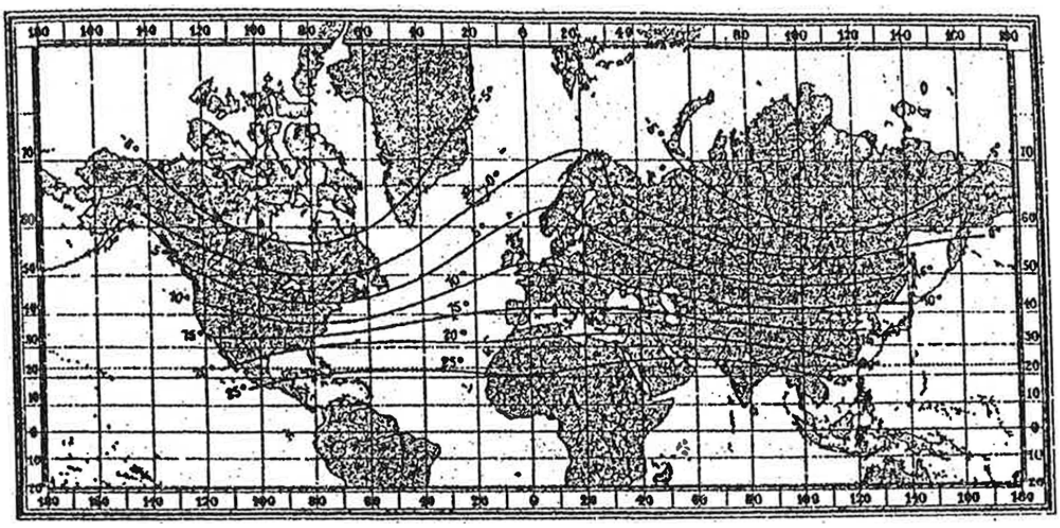

Figure 6 – Carte des isothermes dessinée par Ludwig Friedrich Kämtz en 1830.

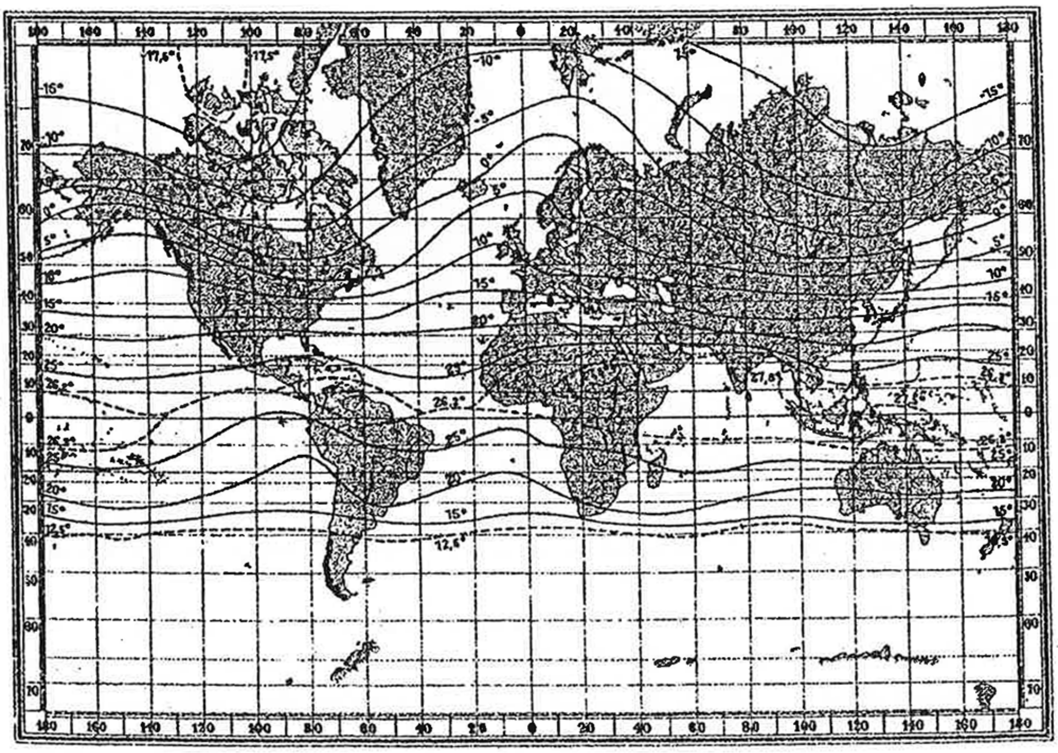

Figure 7 – Carte des isothermes dessinée par Love en 1852.

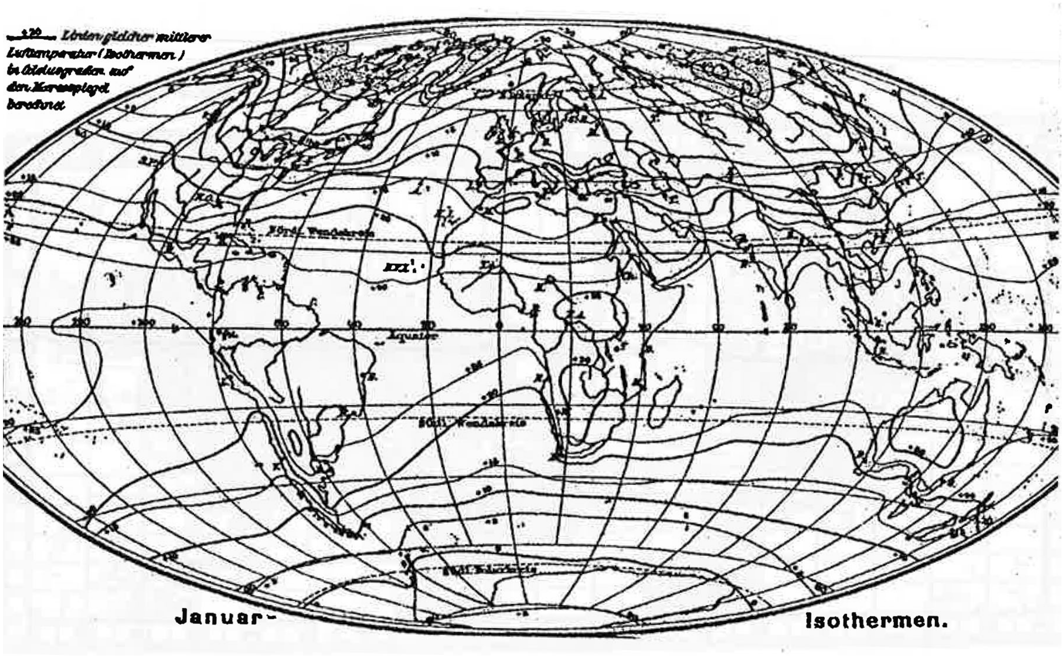

Figure 8 – Carte des isothermes dans un Atlas allemand de 1930.

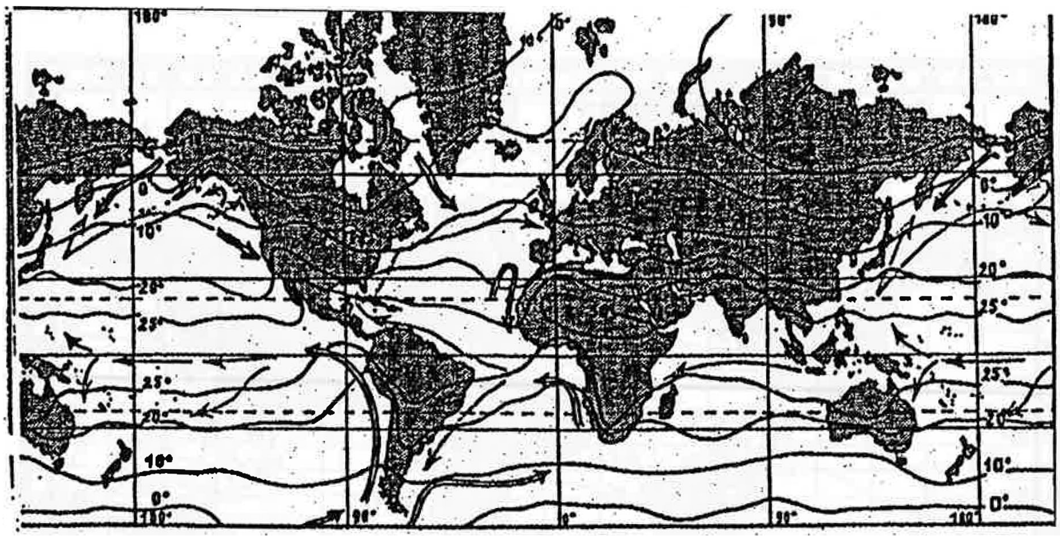

Figure 9 – Carte des zones climatiques en 1967, débarrassée des isothermes, et pourtant les gardant comme un filigrane.

Humboldt a suffisamment de savoir faire pour saisir qu'une façon mathématique de réagir serait de superposer plusieurs tracés de courbes. Par exemple dresser les lignes *isochimènes* (égale température d'hiver), et *isothères* (même jeu pour l'été) ; on aurait ainsi des indications des mouvements de chaleur, et non seulement les repères de température. Mais cela ne conviendrait pas, dit-il, car compliquant sans expliquer et perdant alors tous les avantages de la forme simple. C'est le différentiel des températures aux sommets des courbes isothermes qui compte, les inflexions créant les véritables *systèmes de climats* (Humboldt, 1817a, pp. 534-535), quant à eux vérifiables par la végétation.

> Au lieu de multiplier l'entrelacement de ces courbes, on se contentera d'ajouter aux lignes isothermes près de leurs sommets, l'indication des températures moyennes d'été et d'hiver. (Humboldt, 1817a, p. 534)

Car elle est mathématique, la figure des isothermes est suffisamment simple pour pouvoir supporter sans surcharge ces annotations numériques supplémentaires. Une fois le système de climat déterminé, trois choses supplémentaires sous le rapport de la culture des végétaux utiles à l'homme pourraient être discutées : « la température moyenne de l'été entier, celle du mois le plus chaud, et celle du mois le plus froid » (Humboldt, 1817a, p. 635). Il donne l'exemple devenu fameux des limites de la culture de l'olivier et de la vigne, première notion quantitative de géographie humaine (Humboldt, 1817b, p. 70) [30].

Humboldt reste cohérent et homogène en 1817 ; l'invention des isothermes n'est pas un gadget, mais une réflexion. Les isothermes doivent par exemple tenir compte de l'altitude, d'où une étude de la « distribution sur la pente des montagnes » à mener en parallèle de l'étude des isothermes « dans l'Océan ». Et cela lui procure le seul diagramme de l'article. Il y a aussi une forme pour les inflexions des isothermes locales qui prépare, un peu, les irrégularités de la carte de 1930. « J'ai tâché de réduire les phénomènes de la nature à des lois empiriques » (Humboldt, 1817a, p. 602) conclut Humboldt, qui a judicieusement éliminé les lois mathématiques à la Tobias Mayer, qui proviendraient de la seule forme du globe terrestre face au rayonnement solaire. Il reste dans l'expectative face à d'autres lois mathématiques qui proviendraient de la théorie de la propagation de la chaleur dont Fourier s'est occupé dans un long travail terminé en 1812, mais non encore publié par l'Académie malgré l'obtention du grand prix des sciences mathématiques. Fourier a cependant fait paraître quelques courtes études sur la chaleur rayonnante dans les *Annales de physique et de chimie* en 1816 et en 1817, ces *Annales* où publie aussi Humboldt. En 1820, dans ces *Annales*, Fourier publie un article sur le refroidissement séculaire de la Terre (J. Dhombres et Robert, 1998). Mais Humboldt n'a

30. Dans l'article ici étudié, Humboldt parle des isothermes comme des courbes d'égale chaleur. La première mention des *parallèles isothermes* semble être une communication de Humboldt lue le 5 février 1816 à l'Institut, sur les lois que l'on observe dans la distribution des formes végétales, publiée la même année, 1816. Il serait pourtant question des isothermes de Humboldt dans un document que je n'ai pas pu trouver (Laborde, 1808).

pas les moyens de comprendre Fourier et ses équations, et on le voit bien à sa façon de parler de la *Pyrométrie* plus ancienne de Lambert et de ses « sous-tangentes », un moyen datant du XVII[e] siècle évitant de parler des dérivées. Il n'y a pourtant aucune imposture chez Humboldt ; il ne se drape pas dans l'exactitude *a priori* des mathématiques. La structure mathématique de la carte géographique, divisée en zones par les latitudes et longitudes, lui a donné la division en zones climatiques. La géographie affinera, mais ne reniera pas. Par contre, la forme mathématique globale des isothermes sera reniée.

6 La superposition des formes

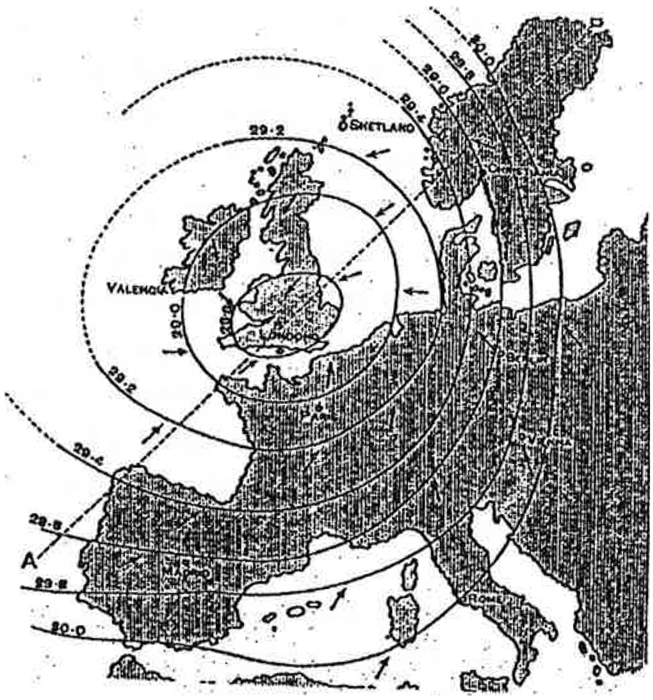

FIGURE 10 – Diagramme d'un cyclone typique. Les flèches indiquent la direction du vent, comme l'indique Shield en 1888. Les lignes courbées, écrit-il, sont les isobares, ou contours des pressions barométriques égales, allant de 28,8 pouces (hauteur du mercure) dans l'œil de l'orage à 30 pouces à sa frontière.

Envisageons un troisième diagramme fourni par Shield, et il représente cette fois un phénomène physique. C'est un *cyclone typique.* Il nous est devenu familier par la télévision. Parce qu'il s'agit d'une carte sur laquelle aux lignes usuelles des côtes se superposent des lignes *isobares*, graduées chacune de 0,2 pouce à partir de 28,8 pouces de mercure ; c'est-à-dire les contours de pressions barométriques égales. On a le principe même des isothermes. Il faut pourtant lire une indication supplémentaire dans ce diagramme, avec les petits segments fléchés indiqués de temps à autre à proximité des isobares. Ils indiquent la direction du vent, allant bien sûr des hautes vers les basses pressions, mais loin d'être toujours orthogonaux aux lignes isobares. Celles-ci sont ainsi montrées insuffisantes dans leur représentation du phénomène climatique. Le lecteur est directement confronté à un manque dans l'explication par des formes pour la description des orages. Le marquage subtil d'une ignorance ne pouvait avoir son analogue chez Humboldt, qui ne fournit qu'un travail homogène dans sa symbolique d'image. Ce marquage difficile à lire a disparu des cartes météorologiques pour le grand public (cartes télévisées), car il a été animé. On voit le déplacement des isobares, déplacement qui n'est pas directement lié à la vitesse locale du vent.

La mathématisation de la carte chez Humboldt est un complément donné au relèvement numérique et un renforcement de sens ; dans le dernier diagramme de Shields, un autre facteur est ajouté, ne complétant pas l'indication mais y superposant une autre. Une autre dimension est venue, et on peut parler cette fois d'une carte algébrisée. Car il faut signaler la nécessité d'un décodage des symboles. Lorsque Shields donne sa carte, les vecteurs – les flèches –, n'étaient pas utilisées dans les textes mathématiques, et provenaient des physiciens décrivant les champs magnétiques. Shields n'a pas été tenté de rendre les longueurs des segments indicateurs proportionnelles à la vitesse du vent telle qu'elle est rapportée par les anémographes (autre donnée numérique). Cela pourrait se faire, et se fera. La lecture de la carte exige alors une exégèse. Pas la carte mathématisée de Humboldt.

Il n'a pas cherché à algébriser son système des isothermes, et l'irrégularité même des isothermes de ses successeurs a dû le gêner. Lui, si soucieux de son paraître, ne parle plus des isothermes dans les œuvres de la fin de sa vie. Si des limitations de ses connaissances mathématiques ont pu jouer dans la trop grande simplification que présentent les formes des isothermes, tant mieux pour sa découverte qui fixe une étape de la pensée géographique. D'où est venue l'inspiration ?

Les isothermes sont des formes, donc des fonctions, et ce pourrait être le vocabulaire utilisé par Humboldt. Il en reste à celui de *rapports numériques.* La notion de fonction n'était pas une notion parfaitement conceptualisée lorsque Humboldt travaillait sur les isothermes. Cauchy et Fourier allaient successivement lui donner un sens précis en 1821 et 1822. Que Humboldt ne comprendra jamais. Ce n'est donc pas ce sens précis qui a guidé les isothermes (Fierro, 1991 ; Friedman, 1989 ; Wright, 1944). Lui même semble les associer à une autre recherche, celle aussi d'une nature globale (le globe terrestre), et il s'agit des données magnétiques. Humboldt y fait référence dans *Prolegomena de distributione geographica plantarum secundum coeli temperiem*, qu'il a dû rédiger en latin l'année même de l'explication des isothermes, puisque cette langue était adoptée par les botanistes vraiment internationaux, ou pourrait-on dire professionnellement labellisés.

> Ita videmus circulos æqualis caloris annui sive, ut novo vocabulo utamur,*isothermos*, baud æquatori parallelos esse, sed, ut lineas magneticas, angulo variabili parallelos geographicos transversim intersecare. (Humboldt, 1817b)

À l'époque des isothermes de Humboldt, qui consacrera beaucoup de son énergie aux lignes magnétiques, l'irrégularité des lignes d'égale inclinaison ou lignes isoclines était la règle, et on avait perdu l'idée de les utiliser comme succédané des longitudes. Ce n'est pas Humboldt qui, en 1825, invente les lignes isogonales (ligne d'égale déclinaison), mais c'est dans sa mouvance, et il y aura aussi les lignes d'égale amplitude magnétique. Leur intérêt est autre, dans un but de connaissance où l'on peut voir l'embryon de la géophysique. Les isothermes sont aussi devenues, aujourd'hui, en tant que courbes locales, des lignes utiles pour la connaissance de la physique du globe dans sa diversité régionale. Je crois que Humboldt a conçu les lignes isothermes non pas avec, mais contre les lignes isoclines. Il a fait choix d'un phénomène, les échanges thermiques à la surface du globe, car l'espérant plus régulier en terme de géographie. Il me faut alors pour conclure ajouter un récit biographique.

Une lettre de Humboldt datée du 24 novembre 1800, et de Quito, introduit l'une des questions que pose l'invention des isothermes en tant que *lois numériques*, devenues lois de la nature. Cette expression est en forme d'oxymore, de même d'ailleurs que loi empirique. La loi, c'est un mot encore du XVIII^e siècle pour désigner la fonction, une forme, et l'adjectif numérique désigne ce qui est mesuré ou observé. L'intervention des mathématiques pour les isothermes est dans la forme des courbes pour réduire un phénomène naturel. Non seulement pour en comprendre la structure, mais pour en permettre l'observation et la description. Lorsqu'il écrit de Quito, Alexandre a déjà atteint la trentaine ; il a suivi à Paris une formation théorique et pratique, notamment de mathématiques portant sur les différents instruments de mesure de l'astronome et du géodésien. Et c'est en ces circonstances qu'il a rencontré Jean Baptiste Delambre, atteignant la cinquantaine, et rentré de ses pérégrinations de la mesure de la méridienne. Delambre prépare la conférence internationale qui débutera en septembre 1798 et où devaient être posées les bases du système métrique, devenant partie de la Constitution de l'An VIII. Humboldt a donc pu suivre toutes les étapes de la transformation de données mesurées en tableaux afin d'obtenir la longueur de la méridienne, donc aussi la mesure de l'ellipticité terrestre (aplatissement au pôle) : la conférence de Paris n'entérine pas, elle critique, et vérifie à nouveau, etc. C'est une pédagogie.

Aussi, lorsqu'il écrit en 1800, Humboldt ne se pose pas en homme de métier, mais explique ses progrès et son application. Tout naturellement, et c'est là une particularité de son style, si l'on compare par exemple à celui de Pierre Bouguer décrivant les mêmes mesures de la méridienne à Quito une soixantaine d'années plus tôt, Humboldt mêle la narration, et jusqu'à la narration de ses émerveillements, aux mesures proprement dites.

> Que la nature est majestueuse dans ses montagnes ! Depuis le Baraquan et Uruana (que des nations inconnues ont couvert d'hiéroglyphes) jusqu'au volcan de Duida (que j'ai trouvé élevé de deux mille soixante-seize mètres, à soixante lieues du petit lac de Dorado), il n'y a qu'une haute cordillère granitique, qui descend de Quito et va de l'Ouest à l'Est rejoindre les montagnes de la Guyane

> française. Quelle variété de races indiennes ! Toutes libres, se gouvernant elles-mêmes depuis les Guaicas de Gehette (une nation pygmée dont les plus grands individus ont cependant quatre pieds deux pouces) jusqu'aux Guajaribos blancs... Mon garde-temps de Louis Berthoud continue à être très exact dans sa marche ; je le contrôle tous les quatre, cinq, ou six jours, par les hauteurs correspondantes que je puis prendre avec les instruments que j'ai (des sextants de Ramsdem et de Troughton, un quart de cercle de Bird, un horizon de Caroché), et dont l'erreur ne va pas à une seconde de temps ; vous savez que je ne suis pas très savant en mathématiques, et que l'astronomie n'est pas le but de mon voyage ; cependant avec du zèle et de l'application, et en maniant journellement les mêmes instruments, on parvient à faire quelque chose et à le faire moins mal.
>
> (Humboldt, 1865, Lettre à J.-B. Delambre)

Au même moment, écrivant à un ami mexicain, il montre l'étendue moyenne de sa science géodésique, mais son goût du calcul exact quand il est possible.

En 1802, Delambre devient l'un des deux secrétaires perpétuels de la première classe de l'Institut quelque peu rénovée. En ce sens que la suppression de la classe des sciences morales et politiques conduit à la division en deux de la première classe, sciences mathématiques d'une part, et sciences naturelles de l'autre. Aussi bien, la géographie se divise en géographie ancienne et géographie moderne. Delambre est aussitôt chargé par le Premier Consul, toujours en quête de rapports, d'établir une histoire des sciences depuis 1789. Elle verra le jour en 1810 après maints rapports partiels, Humboldt y est souvent mentionné. Son nom apparaissait dès 1805 dans une note commune de vingt-deux pages avec Gay-Lussac sur le magnétisme terrestre tel qu'observé en Italie, publiée aux *Mémoires de la Société d'Arcueil*[31]. Son nom est également mentionné par Cuvier dans son rapport de 1810 (Cuvier, 1989), cette fois sur la Chimie et les sciences de la nature[32]. Aussi bien, l'invention des isothermes appartient-elle aux deux mondes que l'institution académique elle-même tendait à séparer. L'originalité est dans cette jonction.

Delambre souligne la positivité des faits rapportés par Humboldt, sur les cartes, ou sur la réfraction qu'il trouve identique sous ces latitudes (Delambre, 1988, p. 136), et sa satisfaisante utilisation des tables des satellites de Jupiter (dues au même Delambre, avec l'aide des calculs théoriques de Laplace) pour la détermination des longitudes (Delambre, 1988, p. 151). Il ne parle évidemment pas des isothermes. Delambre admire surtout les observations magnétiques de Humboldt, et sa contribution aux cartes « américaines » des isoclines, plus de quatorze mille observations. Oui, mais qu'en déduire ? Cuvier félicite aussi Humboldt d'avoir montré la stabilité de la composition chimique de l'atmosphère, avec Gay-Lussac et Biot, et il précise que c'est pour le compte des *Annales du Muséum d'histoire naturelle*. Il ajoute que pour la mesure de la chaleur dans l'atmosphère, « les mouvements divers se croisent

---

31. La présentation du rapport (Humboldt et Gay-Lussac, 1807) à l'Institut avait eu lieu le 8 septembre 1806.

32. Dans les deux rapports, les savants fonctionnaires français relèvent d'abord le fait que Humboldt ait lui-même subventionné son voyage !

et se contrarient d'une manière que les mathématiques ne peuvent apprécier » (Cuvier, 1989, p. 136). Il ne tempère pas ce ton d'une incapacité des mathématiques, expliquant qu'il n'y a de réalisable actuellement que les « descriptions historiques... sur les causes immédiates des trombes, des tourbillons, des ouragans, ainsi que de la plupart des météores lumineux ». Humboldt s'est promis de le démentir avec les isothermes. Si les descriptions de « géographie des êtres organisés » à la Humboldt paraissent du plus grand intérêt, pourquoi Cuvier les range-t-il avec la description des « animaux singuliers par leur forme » ? Cuvier poursuit son texte par une demande, celle de réaliser, à la manière d'Aristote dit-il, une nouvelle histoire des animaux. Il fait jouer la rhétorique de la courtisanerie pour rappeler à Napoléon qu'il pourrait devenir ainsi l'égal d'Alexandre. Humboldt n'a pas adopté ces singeries à l'égard des puissants qu'il rencontra. Il n'a pas plus été courtisan avec les mathématiciens, dont il a respecté les façons, sans les imposer au géographe. L'intelligence des isothermes a été mise au service du discours géographique.

Références

Botting, Douglas (1988). *Humboldt, un savant démocrate*. Traduction française de *Humboldt and the Cosmos* (1973). Paris : Belin.

Brunet, Roger (1992). *Les mots de la géographie. Dictionnaire critique*. Paris : La Documentation française.

Cotte, Louis (1774). *Traité de météorologie*. Paris : Imprimerie royale.

— (1788a). *Leçons élémentaires de physique, d'astronomie et de météorologie, par demandes et réponses*. Paris : Barbou.

— (1788b). *Mémoires sur la météorologie pour servir de suite et de supplément*. Paris : Imprimerie royale.

Cuvier, Georges (1989). *Rapport sur les sciences chimiques et naturelles*. Édition critique du Rapport à l'Empereur de 1810. Paris : Belin.

Delambre, Jean-Baptiste (1988). *Rapport sur l'état des sciences mathématiques et leurs progrès depuis 1789*. Imp. 1810, édition critique. Paris : Belin.

Dhombres, Jean (2000). « La question du repère chez Descartes et dans la postérité cartésienne. Essai sur le concept de banalisation en histoire des sciences ». In : *Réminisciences*, p. 27–77.

— (2001). « La pratique philosophique chez Auguste Comte : une conceptualisation de l'espace analytique in Michel Bourdeau, François Chazel (éd.), *Auguste Comte et l'idée d'une science de l'homme*, L'Harmattan, pages 21-80 ». In :

Dhombres, Jean et Nicole Dhombres (1989). *Naissance d'un pouvoir, sciences et savants en France 1793-1824*. Paris : Payot.

Dhombres, Jean et Jean-Bernard Robert (1998). *Fourier, créateur de la physique mathématique*. Paris : Belin.

Fierro, Alfred (1991). *Histoire de la météorologie*. Paris : Denoël.

Friedman, Robert Marc (1989). *Appropriating the Weather, Vilhelm Bjerknes and the Construction of a Modern Meteorology*. Ithaca : Cornell University.

Hann, Julius von (1894). *Die Erde als Weltkörper, ihre Atmosphäre und Hydrosphäre*. Prag : F. Tempsky.

Henze, Dietmar (1983). *Enzyklopädie der Entdecker und Erforscher der Erde*. Graz : Akad. Druck.

Horn, W. (1959). *Die Geschichte der Isorithmenkarten*. Gotha : H. Haack.

Humboldt, Alexander von (1808). *Ansichten der Natur mit wissenschaftlichen Erläuterungen*. Tübingen.

— (1816). *Sur les lois que l'on observe dans la distribution des formes végétales,* Annales de Chimie et de Physique, vol. i, pages 235-239.

— (1817a). « Des lignes isothermes et de la distribution de la chaleur sur le globe ». In : *Memoires de physique et de chimie de la société d'Arcueil, vol. 6*. Plus une planche et un tableau. Traduction allemande par Humboldt *Kleinere Schriften*, I, Stuttgart und Tübingen, 1853, pp. 206-214. Traduction anglaise par Brewster, *Edinburgh Philosophical Journal,* III-V, 1820-1821. Il existe une réédition des

Mémoires de physique et de chimie de la Société d'Arcueil, sous la direction de Maurice Crosland, Johnson Reprint Corp ; New York/London, 1967. Il existe aussi une ancienne impression de l'article de Humboldt sous forme de livre : Extrait des Mémoires d'Arcueil, Paris., p. 462–602.

— (1817b). *Prolegomena de distributione geographica plantarum secundum coeli temperiem, et altitudinem montium*. Paris.

— (1865). *Correspondance scientifique et littéraire de Humboldt, par M. de la Roquette*. Paris : E. Ducrocq.

HUMBOLDT, Alexander VON et Aimé BONPLAND (1807). *Voyage aux régions équinoxiales du Nouveau Continent, fait en 1799, 1800, 1801, 1802, 1803 et 1804.* Réédition en 13 volumes, Paris, 1816-1832. Paris.

HUMBOLDT, Alexander VON et Louis-Joseph GAY-LUSSAC (1807). *Mémoires de la Société d'Arcueil,* tome I. Pages 1-22.

KIRWAN, Richard (1787). *An Estimate of the temperature of different latitudes*. Traduction française par P.A. Adet en 1790. London : P. Elmsly.

LABORDE, Alexandre DE (1808). « Itinéraire descriptif ». In : 1, p. 114.

LAZLO, Pierre (1995). *La leçon de choses*. Paris : Austral.

MAYER, Tobias (1775). « De variationibus thermometri accuratius definiendis ». In : *Opera inedita* 1 (seul paru). G.C. von Lichtenberg (éd.)

MEINARDUS, Wilhelm (1899). « Die Entwickelung der Jahres-lsothermenkarten von A. von Humboldt bis auf H.W. Dove ». In : *Wissenschajtliche Beiträge zum Gedächtniss der hundertjährigen Wiederkehr des Antritts von Alexander von Humboldt's Reise nach Amerika am 5. Juni 1799.* Berlin : Anlass des Siebenten Internationalen Geographen-Kongresses heraugegeben von der Gesellschaft für Erdkunde zu Berlin.

REID, William (1838). *An Attempt to develop the laws of storms by means of facts, arranged according to place and time, and hence to point out a cause for the variable winds, with the view to practical use in navigation*. London : J. Weale.

VOLNEY, Constantin-François (1803). *Tableau du climat et du sol des États-Unis d'Amérique*. Paris.

WRIGHT, John K (1944). « The terminology of certain cartographic symbols ». In : *Geographic Review*.

Table des figures

Crédits iconographiques

La représentation de Galilée en couverture a été créée par Eugenio Hansen, OFS. Elle est disponible sur Wikimédia Commons. Les autres images sont des reproductions d'œuvres appartenant au domaine public.